

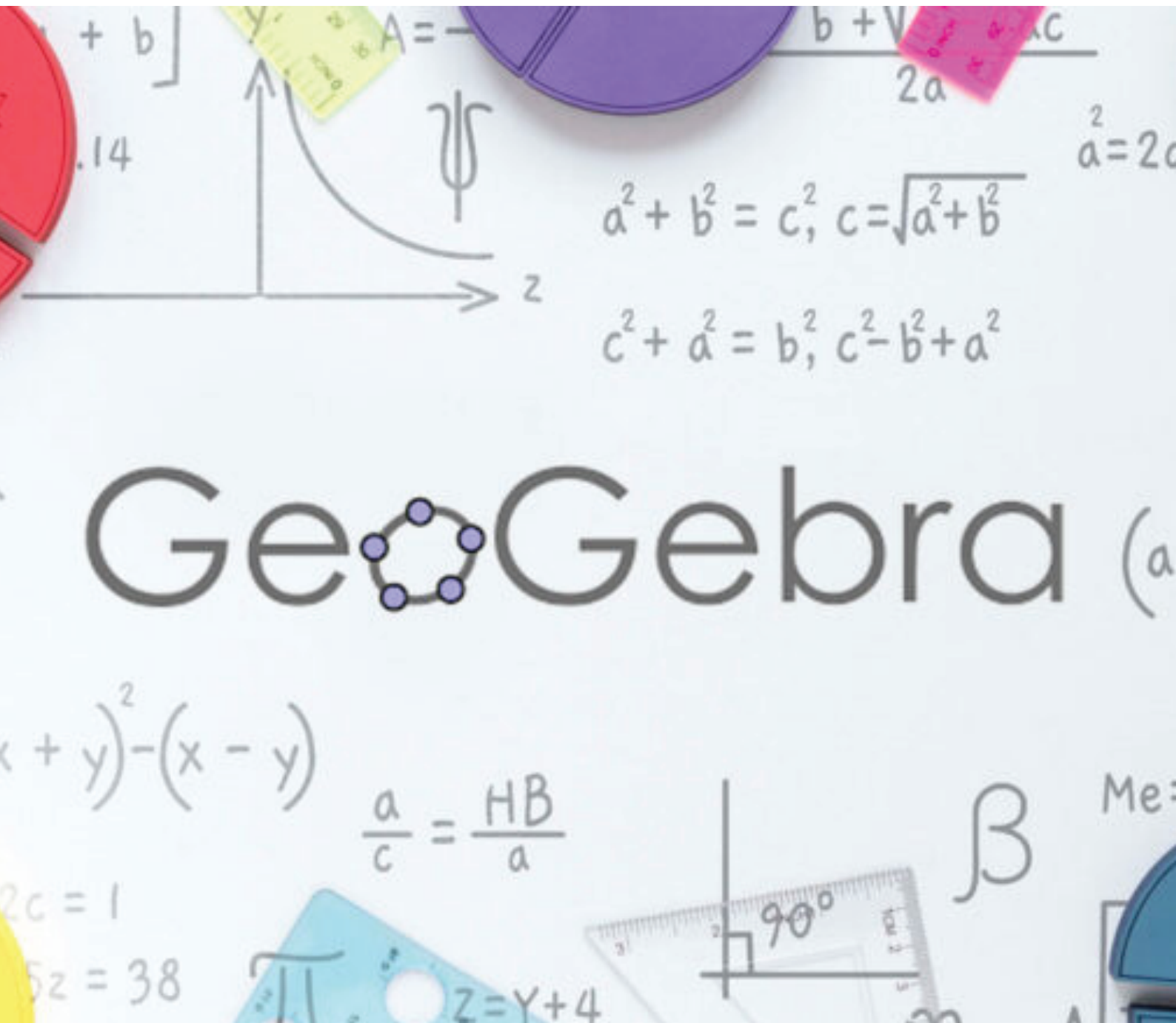
PROPUESTA METODOLÓGICA BASADA EN EL SOFTWARE GEOGEBRA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA INTEGRAL DEFINIDA

Dr. César Augusto Ahumada Abanto

Dra. Juana Doris Blas Rebaza.

Dr. Alexander Alberto Calderón Torres.

Dra. Miriam María Estrada Huanca.



GeoGebra

PROPUESTA METODOLÓGICA BASADA EN EL SOFTWARE GEOGEBRA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA INTEGRAL DEFINIDA

Dr. César Augusto Ahumada Abanto
Dra. Juana Doris Blas Rebaza.
Dr. Alexander Alberto Calderón Torres.
Dra. Miriam María Estrada Huancas.

Autores:



CÉSAR AUGUSTO AHUMADA ABANTO

Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

<https://orcid.org/0000-0002-9258-2065>
cahumada@unprg.edu.pe

Doctor en Educación, Maestro en Ciencias con mención en Docencia Universitaria e Investigación Educativa, Maestro en Derecho, Bachiller en Matemática, Bachiller en Derecho y Ciencia Política, Licenciado en Matemática, Abogado. Docente universitario con más de 27 años de servicio, ha trabajado en la Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión de Huacho, Universidad San Pedro, Universidad Alas Peruanas, actualmente docente Principal a Tiempo Completo de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, Conciliador Extrajudicial adscrito al Ministerio de Justicia del Perú. Experiencia administrativa en cargos como: Secretario General de la UNJFSC, Director de la Escuela de Postgrado UNJFSC, Director de Bienestar Universitario, Sub Director Académico del CPU de la UNJFSC, Sub Gerente de Administración del Gobierno Regional de Lima entre otras tareas académicas y administrativas propias de la labor docente.



JUANA DORIS BLAS REBAZA

Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

<http://orcid.org/.0000-0001-8254-4674>
jblas@unprg.edu.pe

Doctora en Educación, Maestra en Ciencias con mención en Docencia Universitaria e Investigación Educativa, Licenciado en Matemáticas, Bachiller en Ciencias Físicas y Matemáticas. Docente universitario con más de 39 años de servicio, docente en la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo de Huaraz, Universidad Cesar Vallejo, Universidad Señor de Sipán, actualmente docente Principal a Dedicación Exclusiva de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque. Experiencia administrativa: Jefe de Relaciones Públicas - FACFyM, Jefe del Departamento Académico de Matemáticas - FACFyM, Coordinadora del Centro de Idiomas - FACFyM de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.



MIRIAM MARÍA ESTRADA HUANCAS

Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

<https://orcid.org/0000-0002-1628-2685>
mestrada@unprg.edu.pe

Doctora en Educación, Maestra en Ciencias con mención en Matemática Aplicada, Licenciado en Matemáticas, Bachiller en Matemáticas. Docente universitario con más de 23 años de servicio, actualmente docente Principal a Dedicación Exclusiva de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque. Experiencia administrativa en cargos como: Jefe de Laboratorio de Matemáticas y Biblioteca Especializada - FACFyM de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.



ALEXANDER ALBERTO CALDERÓN TORRES

Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

<https://orcid.org/0000-0002-3978-4813>
acalderon@unprg.edu.pe

Doctor en Educación, Maestro en Ciencias con mención en Docencia Universitaria e Investigación Educativa, Licenciado en Matemáticas, Bachiller en Ciencias Físicas y Matemáticas. Docente universitario con más de 39 años de servicio, docente en la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, actualmente docente Principal a Dedicación Exclusiva de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque. Experiencia administrativa en cargos como: Director del Departamento de Matemáticas - FACFyM, Jefe de la Oficina de Administración - FACFyM, Jefe de la Oficina de Responsabilidad Social – FACFyM de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Dr. César Augusto Ahumada Abanto
Dra. Juana Doris Blas Rebaza.
Dr. Alexander Alberto Calderón Torres.
Dra. Miriam María Estrada Huancas.

PROPUESTA METODOLÓGICA BASADA EN EL SOFTWARE
GEOGEBRA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA INTEGRAL DEFINIDA

Editado por Colloquium
ISBN: **978-9942-600-37-0**
Primera edición 2022

La obra fue revisada por pares académicos antes de su proceso editorial, en caso de requerir certificación debe solicitarla a: sbores@colloquium-editorial.com.

Quedan rigurosamente prohibidas, bajo las sanciones en las leyes, la producción o almacenamiento total o parcial de la presente publicación, incluyendo el diseño de la portada, así como la transmisión de la misma por cualquiera de sus medios, tanto si es electrónico, como químico, mecánico, óptico, de grabación o bien de fotocopia, sin la autorización de los titulares del copyright.

Ecuador 2022

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	4
ANTECEDENTES	5
RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	6
MÓDULO GUÍA	11
CAPÍTULO 1: CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS	11
CAPÍTULO 2: APLICACIONES AL CÁLCULO INTEGRAL.....	145
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	156

INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico en muchos campos del conocimiento permite que hoy en día podamos contar con programas matemáticos como el software libre GeoGebra, creado y desarrollado inicialmente por Markus Hohenwarter (2001), quien en años posteriores también recibió el apoyo de Michael Borcherds e Yves Kreis, además de colaboradores de universidades de países de todo el mundo. De esta forma es que el software libre GeoGebra viene mejorando su aplicación en las diferentes ramas de la matemática como lo son la geometría, estadística, álgebra y análisis. Esta versatilidad puede ser usada como una herramienta didáctica que sustituya la forma tradicional de enseñar la matemática.

El contexto de la pandemia mundial ha traído como consecuencia en nuestro país no solo la muerte de, hasta la fecha, más de 200 mil personas, sino que también la imposibilidad de una educación presencial completa, razón por lo cual se ha hecho necesaria la utilización de la virtualidad.

En este sentido, somos conscientes de que ahora más que nunca es necesario que los estudiantes conozcan y manejen estrategias didácticas como la utilización del software matemático GeoGebra en las aplicaciones de la Integral definida, que les permitirá mejorar su aprendizaje (y por consecuencia también su rendimiento académico), para que de esta forma podamos ir saliendo progresivamente de la forma tradicionalista de enseñar estos conocimientos, que requieren de una gran cantidad de operaciones matemáticas que vuelven engorroso su aplicación en la resolución de problemas.

Es por eso que, de acuerdo con el objetivo trazado en la presente investigación, hemos elaborado una propuesta metodológica, basada en el diseño de un Módulo Guía y Recursos aplicativos del GeoGebra que permita mejorar el aprendizaje de la integral definida en estudiantes de la Facultad de ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque.

La presente investigación de tipo descriptiva propositiva consideró una muestra estadística de 64 estudiantes de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas (FACFyM) matriculados en el semestre académico 2021 – I, que ya habían llevado el curso de Cálculo Integral, a los cuales se les aplicó un cuestionario virtual que permitió hacer un diagnóstico del nivel de conocimiento de los estudiantes con respecto al uso del software GeoGebra.

ANTECEDENTES

Vilca (2019), realizó una investigación que tiene por título *“Aplicación del software GeoGebra y su influencia en el aprendizaje de áreas y volúmenes de sólidos de revolución en el cálculo integral en los estudiantes del primer año de la Facultad de Ingenierías de la Universidad Continental Arequipa- 2017”*, en la cual utilizó un estudio cuasi experimental que permitió establecer cómo el uso del GeoGebra contribuye al aprendizaje de los estudiantes en los temas de áreas y volúmenes. Fueron considerados dos grupos: de control y experimental, cada uno conformado por dieciocho estudiantes de Ingeniería Industrial e Ingeniería Civil, respectivamente; a ambos grupos se les aplicó un cuestionario con ejercicios y problemas sobre áreas y volúmenes empleando las integrales, el promedio en las notas obtenidas por el grupo experimental aumentó de 10,39 a 14,33 después de utilizar el GeoGebra, en comparación con el resultado obtenido por el segundo grupo de control cuyas notas obtenidas variaron de 10,67 a 12,89 al emplear la forma tradicional. Finalmente, en el artículo se concluye que el GeoGebra facilita el aprendizaje de los estudiantes teniendo influencia significativa.

Arteaga, Medina y Del Sol (2019), en su investigación titulada *“El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática”*, manifiestan que el software GeoGebra es un elemento necesario y mediador entre el estudiante y el contenido matemático a estudiar, permitiendo el descubrimiento por parte del estudiante de nuevos conocimientos bajo la orientación del profesor, formándose una triada entre el estudiante, el GeoGebra y el contenido que permite alcanzar objetivos dentro de la enseñanza-aprendizaje dando una ventaja considerable y siendo clave el uso de tecnologías en la enseñanza de las asignaturas.

Chumacero (2016), en su trabajo de investigación realizado en la ciudad de Piura titulado *“Incidencia de una propuesta de enseñanza para el aprendizaje de las líneas notables del triángulo: actividades con papel y GeoGebra”*, nos dice que los alumnos al hacer uso del GeoGebra pueden utilizar de manera interactiva la correcta construcción de las líneas notables de un triángulo sin necesidad de hacer uso de fórmulas avanzadas convirtiendo al estudiante en el conductor principal de su aprendizaje, también encontramos en sus propuestas la integración del uso del software matemático GeoGebra como una herramienta tecnológica y la utilización de un material específico que sea un elemento de motivación para el alumno, dentro del desarrollo de la toma de información se

evidencio que los estudiantes aún tienen un escaso vocabulario matemático, para lo cual recomienda, que en la formación del estudiante se debe profundizar el uso de terminologías específicas para que los estudiantes tengan claro los conceptos geométricos básicos correspondientes a un triángulo.

López, Nieto, Antolín, & López, (2013), en su investigación titulada “*Arribando a la Integral Definida con el GeoGebra*”, en la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México, diseñaron diferentes construcciones de objetos matemáticos con el software GeoGebra acompañados de actividades didácticas siguiendo la óptica de Duval sobre su teoría de las representaciones semióticas. Ellos consideran la gran importancia del software en la comprensión de la integral definida, el cual permite a los estudiantes una visualización en forma dinámica de los diferentes objetos matemáticos que lo componen, cosa que sería muy difícil de lograr si se trabajara manualmente.

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

RESULTADO 1

Para el primer objetivo específico de la Investigación:

Realizar un diagnóstico en los estudiantes de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas (FACyM) a nivel de conocimiento, aplicación y uso del GeoGebra como herramienta didáctica.

Se ha seleccionado un grupo de preguntas que nos permiten hacer un claro diagnóstico sobre el conocimiento, aplicación y uso del software GeoGebra y la necesidad de Elaborar una propuesta metodológica consistente en el diseño de un módulo guía y recursos aplicativos del GeoGebra que permita mejorar el aprendizaje de la Integral Definida no solo de los estudiantes de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas o de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo sino de todo aquel estuante que lo requiera.

El resultado de las respuestas lo hemos expresado en tablas para una mejor visualización y explicación de las mismas:

Tabla 1. *Utilización por parte de los docentes del Software GeoGebra o algún otro software para realizar las representaciones de las funciones a Integrar*

		Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	A veces	28,1	28,1	28,1
	Nunca	68,8	68,8	96,9
	Siempre	3,1	3,1	100,0
	Total	100,0	100,0	

Fuente: Cuestionario procesado mediante el software SPSS

Como podemos observar de las respuestas de los estudiantes el 68,8 % de docentes nunca utilizan softwares para las representaciones de funciones que van hacer integradas, y un 28,1 % lo hacen muy pocas veces, de lo observado podemos decir solo hay un porcentaje mínimo de decentes que utilizan un software durante sus clases para hacer la representación gráfica de las funciones que van hacer integradas.

Tabla 2. *Uso por parte de los docentes del Software GeoGebra para representar y resolver problemas sobre el cálculo de áreas bajo una curva o entre dos curvas*

		Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	A veces	25,0	25,0	25,0
	Nunca	71,9	71,9	96,9
	Siempre	3,1	3,1	100,0
	Total	100,0	100,0	

Fuente: Cuestionario procesado mediante el software SPSS

Observamos que el 71.9 % de los docentes nunca utilizan el software GeoGebra para realizar las aplicaciones de La Integral Definida en el cálculo de áreas, esto es preocupante dado que se está perdiendo una gran oportunidad de mejorar la forma de enseñar las matemáticas en especial esta parte de del Calculo Integral.

Tabla 3. *Opinión del estudiante sobre si el uso del software GeoGebra facilitaría la solución de problemas referente al cálculo de la integral definida*

		Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Facilitaría mucho	81,3	81,3	81,3
	Facilitaría un poco	18,8	18,8	100,0
	Total	100,0	100,0	

Fuente: Cuestionario procesado mediante el software SPSS

Según la percepción de los estudiantes el 81,3 % , nos manifiesta de una forma muy concreta que el software Geogebra si facilitaría la solución de los problemas de la integral definida, contra un 18,8 % que nos manifiesta que faciitaría un poco, esto puede darse debido a que ya se esta difundiendo el uso del GeoGebra sin embargo aun hay mucho desconocimiento sobre el manejo de este software por parte de los estudiantes.

Tabla 4. *Nivel de conocimiento del manejo del software GeoGebra por parte de los estudiantes*

		Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Lo suficiente	3,1	3,1	3,1
	Nada	32,8	32,8	35,9
	Poco	64,1	64,1	100,0
	Total	100,0	100,0	

Fuente: Cuestionario procesado mediante el software SPSS

Observe que los estudiantes en su mayoría tienen un conocimiento del uso software GeoGebra sin embargo este es Poco 64,1 %, es decir, muy básico y el 32,8 % no tiene conocimiento del manejo del software, frente a un 3% que manifiesta tener conocimiento suficiente. El resultado de esta tabla nos permite pensar en la necesidad de elaborar un material bibliográfico que permita el aprendizaje de este software y su aplicación en la solución y de problemas matemáticos.

Tabla 5. *Percepción de los estudiantes de la necesidad de implementar el uso del software GeoGebra en el desarrollo de las asignaturas de Matemáticas.*

		Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Facilitaría mucho	78,1	78,1	78,1
	Facilitaría un poco	21,9	21,9	100,0
	Total	100,0	100,0	

Fuente: Cuestionario procesado mediante el software SPSS

Observamos en la Tabla que el estudiante en una absoluta mayoría 78,1 % requiere y siente la necesidad de mejorar su aprendizaje de las matemáticas en especial en el tema de las aplicaciones de la Integral Definida, dado que hacer representaciones manuales se convierte en un proceso muy tedioso y a veces difíciles de realizar.

Tabla 6 *Percepción de los estudiantes sobre la necesidad de contar con un Módulo Guía del uso del GeoGebra que permita mejorar su aprendizaje*

		Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Si es muy necesario	81,3	81,3	81,3
	Si es un poco necesario	18,8	18,8	100,0
	Total	100,0	100,0	

Fuente: Cuestionario procesado mediante el software SPSS

En la Tabla observamos que el estudiante en un porcentaje muy alto reconoce y manifiesta la necesidad del uso del software GeoGebra, así como de contar con Materiales Didácticos o Módulos que le permitan aprender y realizar aplicaciones no solo de la Integral Definida sino de la diversidad de temas matemáticos que muchas veces requieren del empleo de las diversas herramientas tecnológicas que hoy en día ya contamos.

RESULTADO 2

Para el segundo y tercer objetivo específico de la Investigación:

- **Elaborar un módulo guía de aplicaciones de la integral definida que permita el aprendizaje haciendo uso del GeoGebra.**
- **Diseñar recursos aplicativos del GeoGebra para mejorar el aprendizaje de las aplicaciones de la integral definida.**

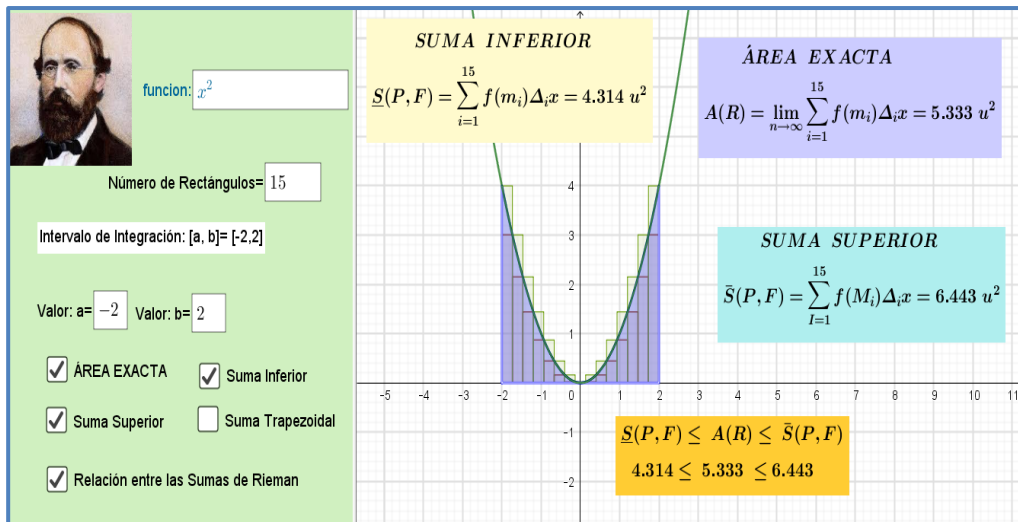
Se ha diseñado un **MODULO GUÍA** que permitirá al estudiante mejorar el aprendizaje de la INTEGRAL DEFINIDA haciendo uso del software GeoGebra, de tal manera que el estudiante pueda aprender paso a paso el uso de los comandos y herramientas que le van a permitir realizar las diferentes construcciones.

En el Capítulo 1 se presentan los comandos y herramientas más importantes del Software GeoGebra con ejemplos muy didácticos para su fácil entendimiento, dejando ejercicios propuestos para que el lector pueda reforzar los temas tratados.

En el Capítulo 2 además de presentar comandos un poco más avanzados como el de construcción de funciones a trozos, se presenta una teoría básica de la Sumas de Riemann y la Integral Definida, seguida de un ejemplo aplicativo sobre cómo hallar el área bajo una curva utilizando el GeoGebra, finalizando con la construcción de **RECURSOS DIDÁCTICOS** para calcular el área bajo una curva a través de la Sumas de Riemann así como también el área entre dos curvas, dejándose los links de sus construcciones a disposición de los lectores.

Propuesta del **MODULO GUÍA Y RECURSOS APLICATIVOS DEL GEOGEBRA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LAS APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA.**

APRENDIZAJE DE LA INTEGRAL DEFINIDA HACIENDO USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA



CAPÍTULO 1

CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

INSTALACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA

Paso 1: Escribir en el buscador de Google: <https://www.geogebra.org> y se presentará la siguiente pantalla (Ver figura 1).

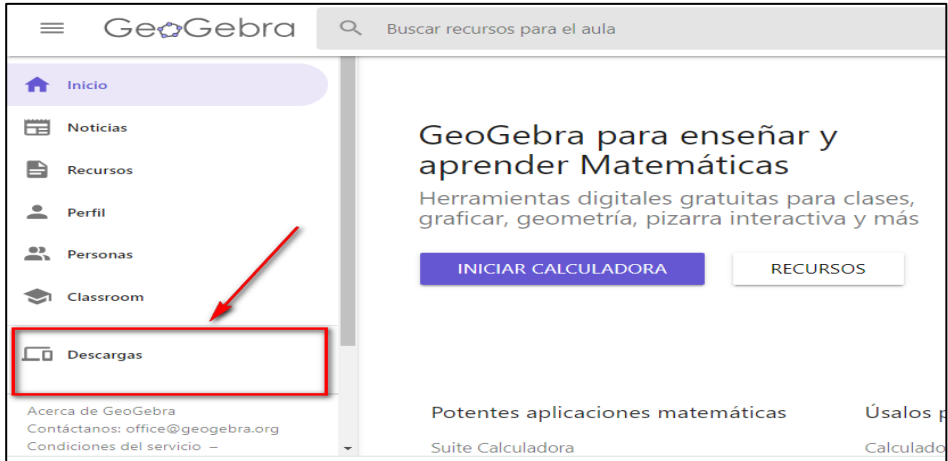


Figura 1. Ventana que sale al ingresar al buscador <https://www.geogebra.org>

Paso 2: Luego hacer click en **Descargas** y desplegar hasta donde encontremos **GeoGebra Clásico 5**, damos click y empezará a descargarse el Software (Ver figura 2).

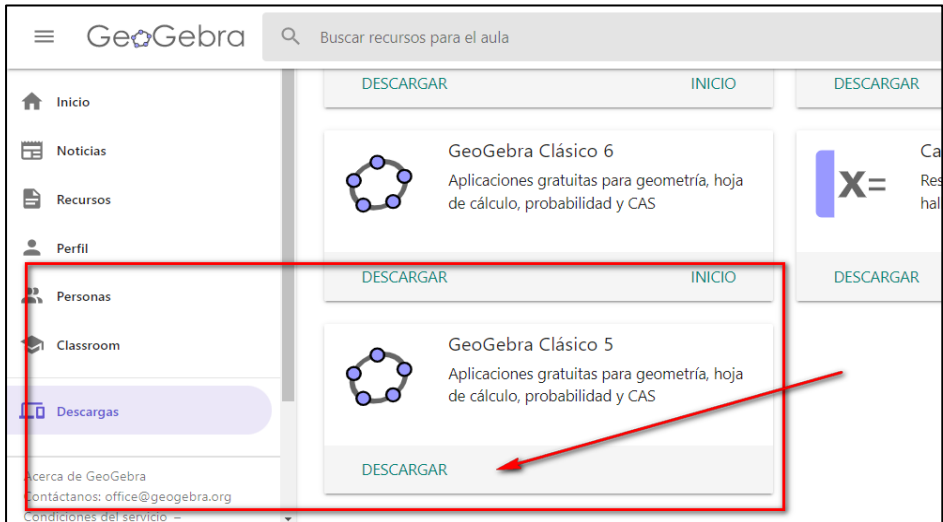


Figura 2. Ventana de descarga del software GeoGebra Clásico 5

Paso 3: Al terminar hacemos **click** en **Mostrar en carpeta**, luego haremos **click** en el **instalador del GeoGebra** (Ver figura 3).

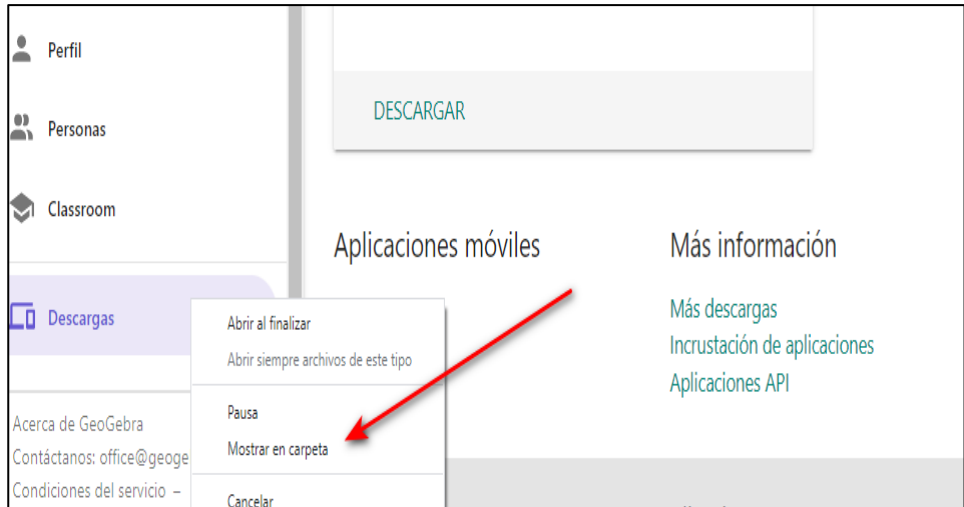


Figura 3. Ventana que indica el proceso de descarga

Paso 4: Al aparecer esta ventana, haremos **click** en **Siguiente** y se empezará a instalar (Ver figura 4).



Figura 4. Ventana donde podemos seleccionar el idioma

Paso 5: Luego al completar la instalación aparecerá la siguiente ventana, en la cual haremos **click** en **Terminar** y habremos instalado el software **GeoGebra Clásico 5** (Ver figura 5).

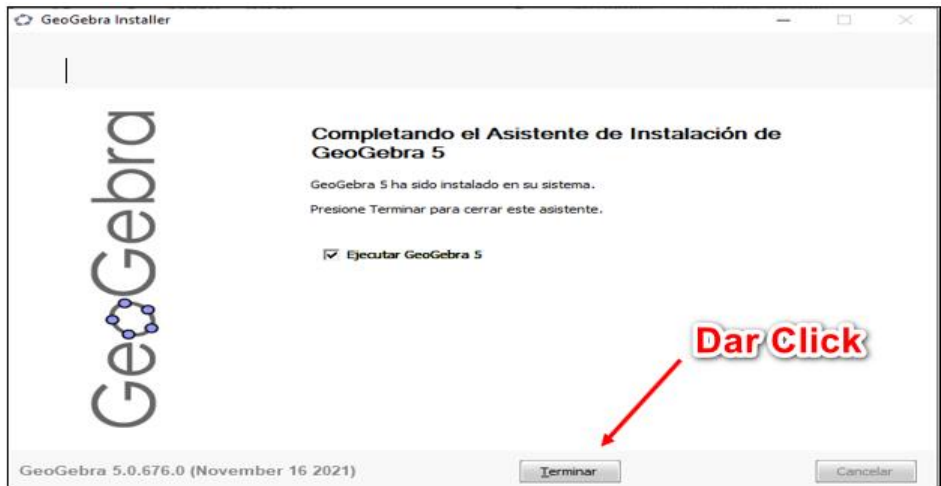


Figura 5. Ventana de finalización de la instalación

Paso 6: Finalmente aparecerá la ventana de trabajo del GeoGebra. El icono del GeoGebra se encontrará ubicado en el escritorio de nuestro ordenador. (Ver figura 6)

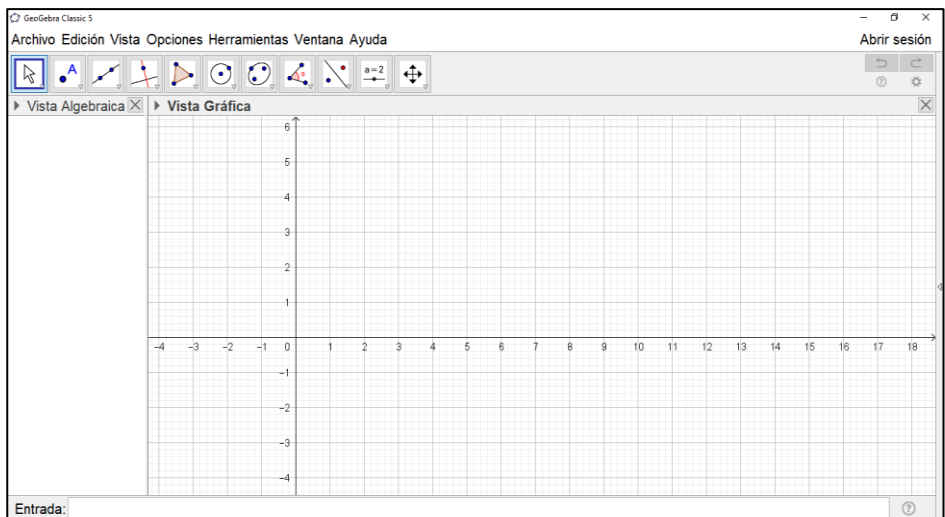


Figura 6. Ventana de trabajo del software GeoGebra

VENTANAS Y COMANDOS DEL GEOGEBRA

Conoceremos algunas ventanas y herramientas del Software GeoGebra (Ver figura 7)

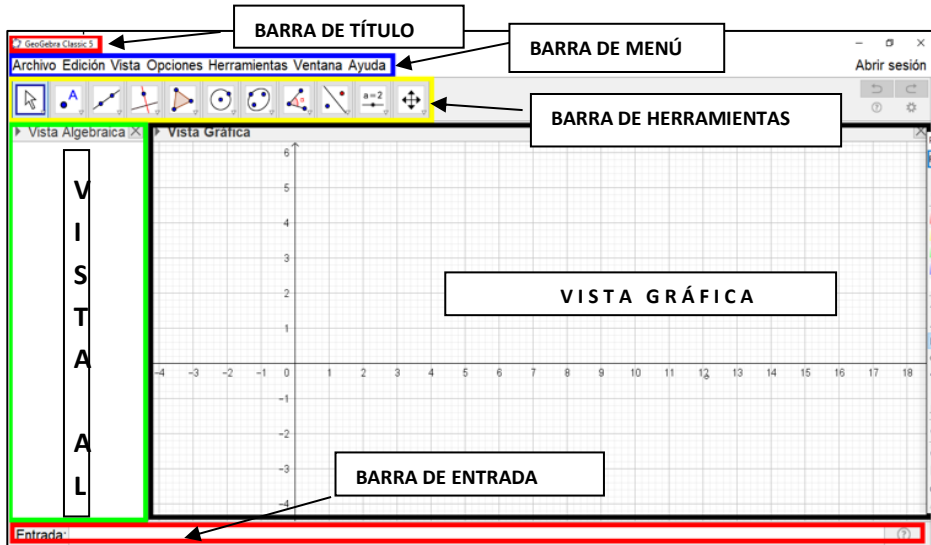


Figura 7. Algunas ventanas y herramientas del software GeoGebra

BARRA DE TÍTULO

Es donde se encuentra el nombre del archivo de turno o el nombre del programa. A modo de ejemplo entraremos al menú **Archivo** para crear una carpeta con nombre **“Clases de GeoGebra”**, dentro de ella crearemos un archivo llamado **“Clase 1”**.

Paso 1: Hacemos **click** en el menú **Archivo**, luego en **Guardar como** (Ver figura 8).

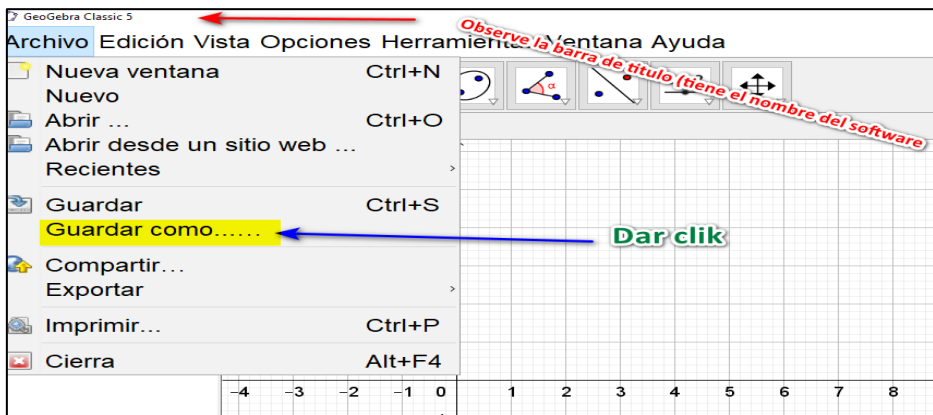


Figura 8. Menú Archivo ubicado dentro de la Barra de Menú

Paso 2: Aparecerá la siguiente ventana. Daremos **click** en **Escritorio** y estando allí hacemos **click derecho** en la parte vacía. Aparecerá una nueva ventana donde daremos **click** en **Nueva carpeta** (Ver figura 9).

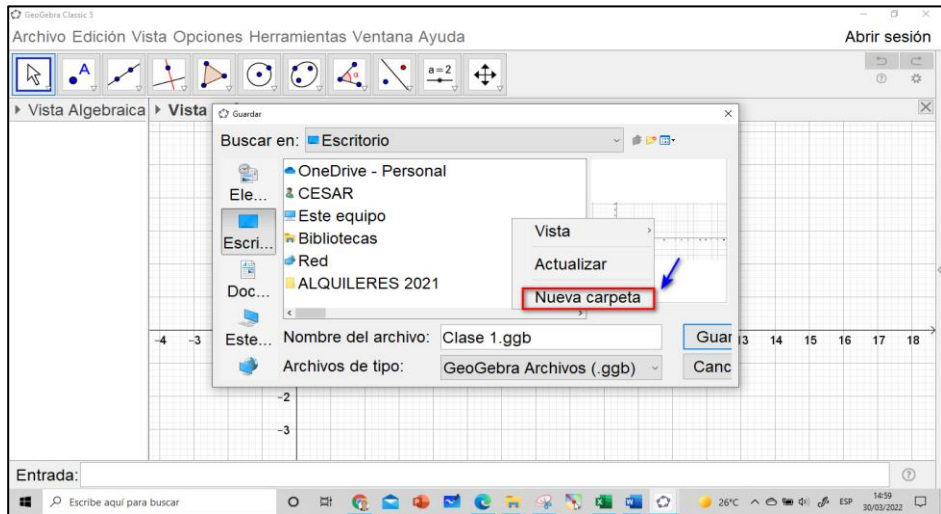


Figura 9. Ventana para crear una carpeta y dar nombre a un archivo

Paso 3: Pondremos el nombre a la nueva carpeta de **“Clases de GeoGebra”** y damos **Enter**. Luego **abrimos** la carpeta creada y escribimos el nombre del archivo (Ver figura 10) donde trabajaremos. En este caso será **“Clase 1”** y damos guardar.

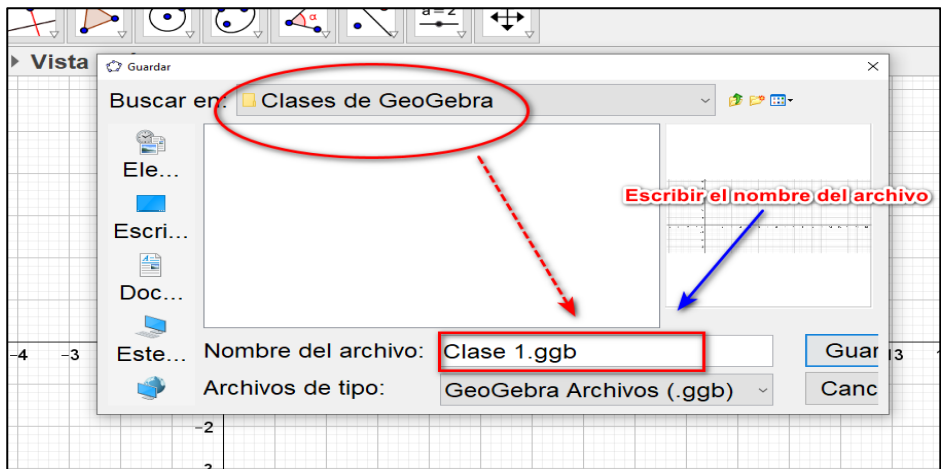


Figura 10. Archivo de nombre Clase 1 (“ggb” es la extensión del archivo)

Paso 5: Observe que la barra de título ya tiene el nombre de nuestro archivo **“Clase 1”**, en cual podemos trabajar y guardar lo que creamos conveniente **(Ver figura 11)**.

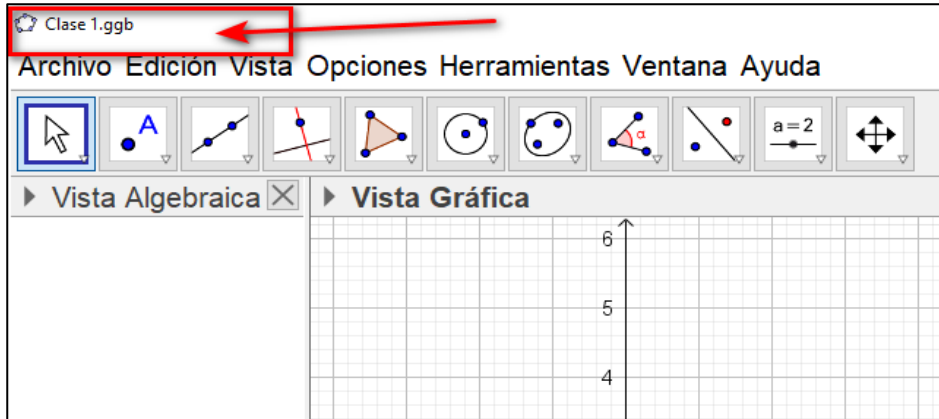


Figura 11. Archivo de nombre “Clase 1”

BARRA DE MENÚ

Contiene 7 menús **(Archivo, Edición, Vista, Opciones, Herramientas, Ventana y Ayuda)**. Revisemos algunos de ellos haciendo **click** y desplegándolos.

➤ Ejemplo, en el **menú Opciones** agrandaremos el tamaño de la letra. **(Ver figura 12)**

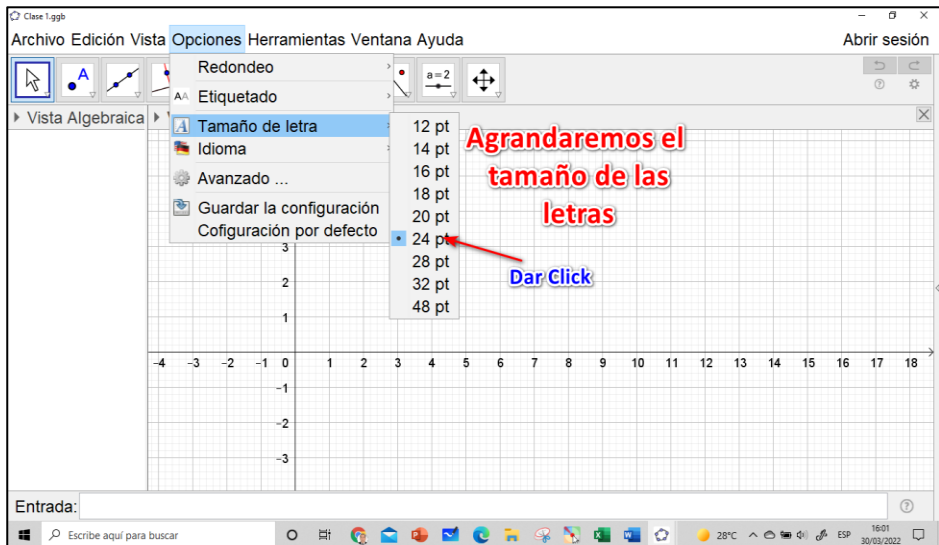


Figura 12. Menú Opciones

- Por ejemplo, en el **menú Edición** vamos a insertar una imagen desde archivo. (Ver **figura 13**)

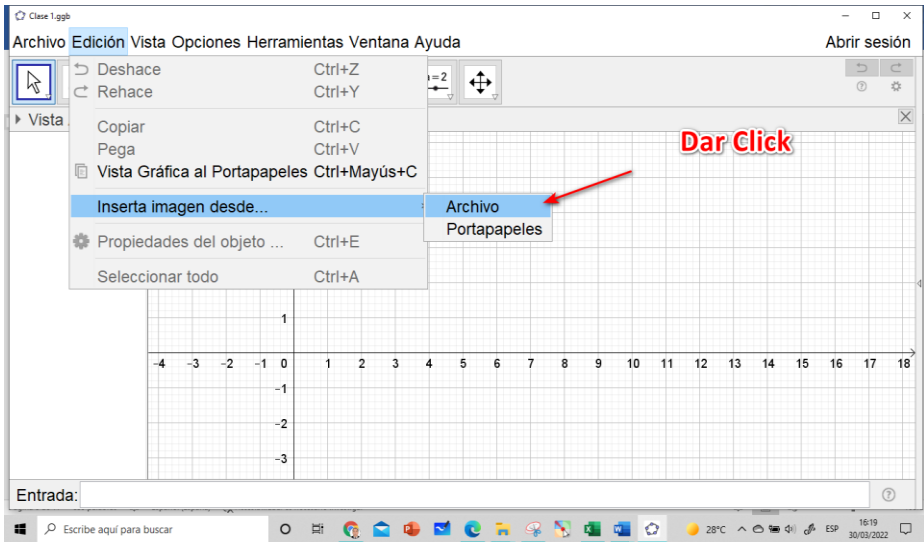


Figura 13. Menú Edición para insertar una imagen desde archivo

- Insertamos una imagen que ya tengamos en el escritorio. Observe la información que sale en la **Vista Algebraica**, la cual veremos más adelante. (Ver **figura 14**)

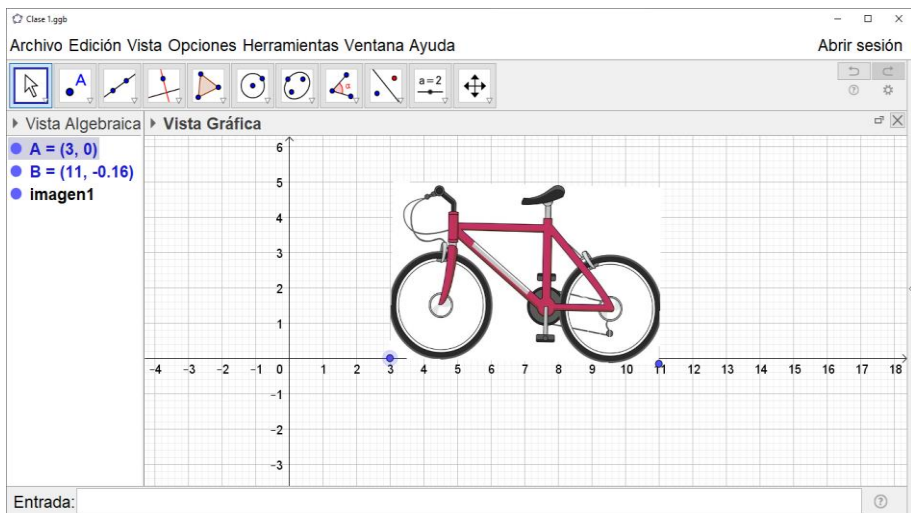


Figura 14. Imagen insertada indicando los puntos referenciales A y B

- En el **menú Vista** podemos cambiar la disposición de la **Barra de entrada** o de la **Barra de herramientas**, según elección (Ver figura 15).

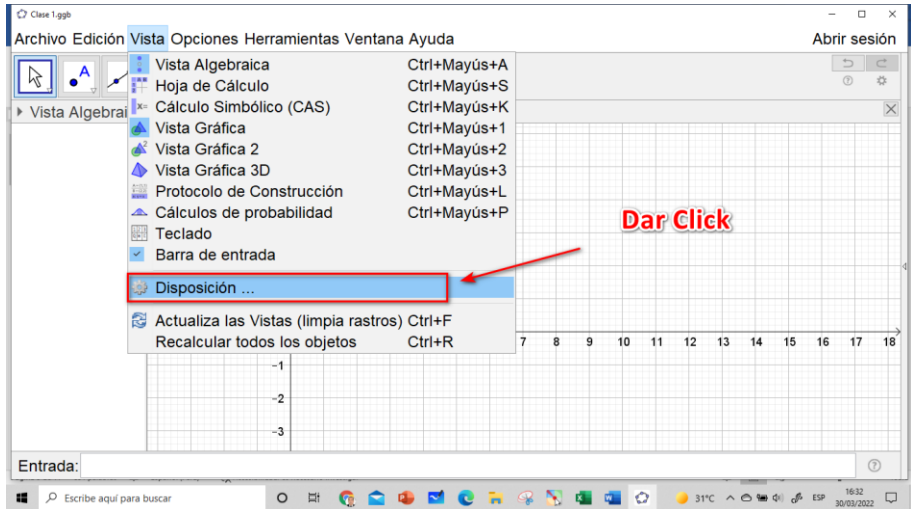


Figura 15. Menú Vista

- **Observe** que hemos cambiado la **Barra de entrada** hacia arriba y la **Barra de herramientas** hacia abajo (de preferencia dejémoslo como viene por defecto) (Ver figura 16).

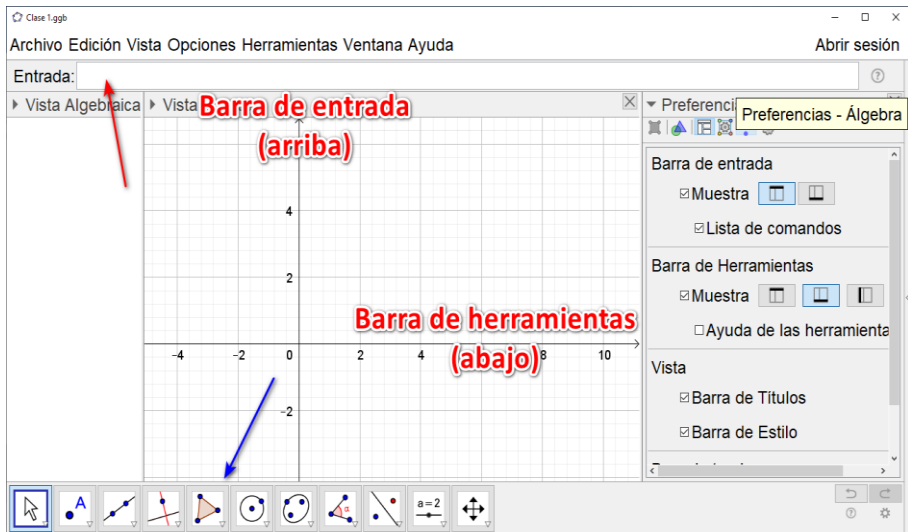


Figura 16. Cambio de disposición de la Barra de entrada y Barra de herramientas

BARRA DE HERRAMIENTAS

Está formada por once iconos los cuales tienen opciones para realizar construcciones geométricas (Ver figura 17).

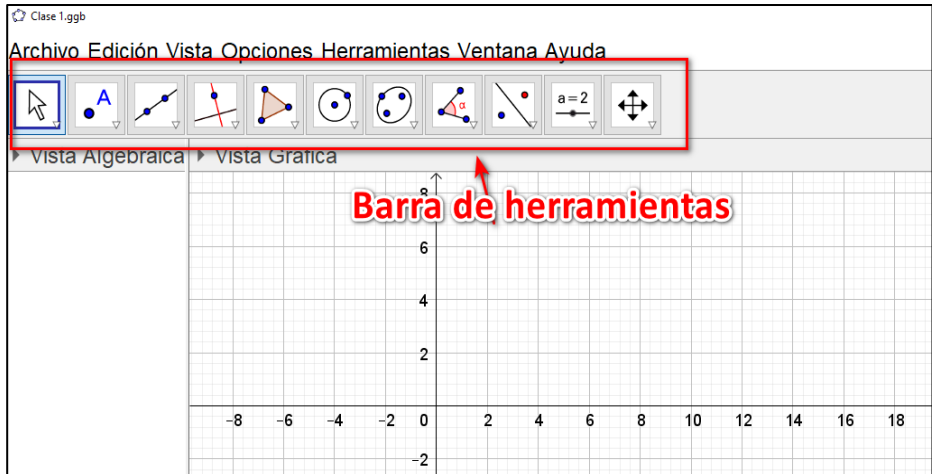



Figura 17. Iconos de la Barra de herramientas

- Por ejemplo, podemos hacer uso de las herramientas que están en el segundo icono para colocar dos **puntos**, unirlos y darles algunos atributos (**Propiedades del objeto**)

Paso 1: Hacemos **click** en el icono:  y luego **click** donde dice **Punto** (Ver figura 18).

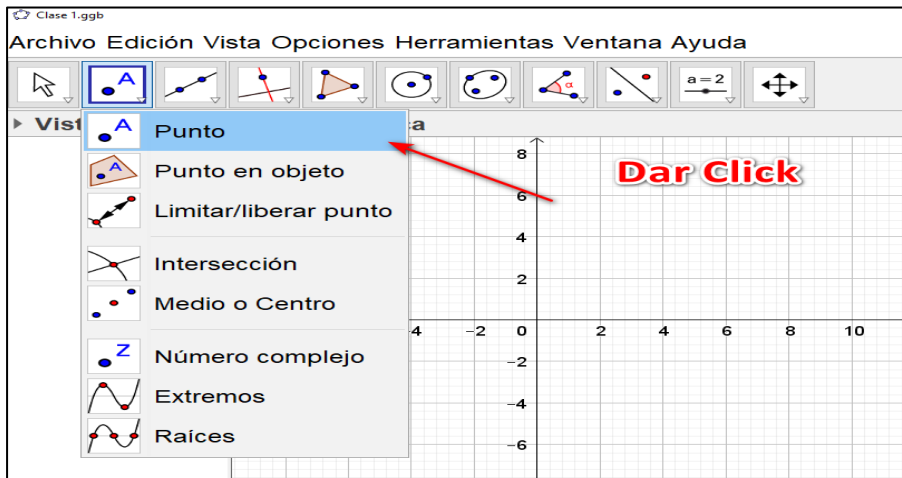


Figura 18. Herramienta Punto

- **Observe** que al acercarse el cursor sobre el icono seleccionado sale un **mensaje de ayuda** diciendo “Selecciona ubicación o recta, función o curva” (Ver figura 19).

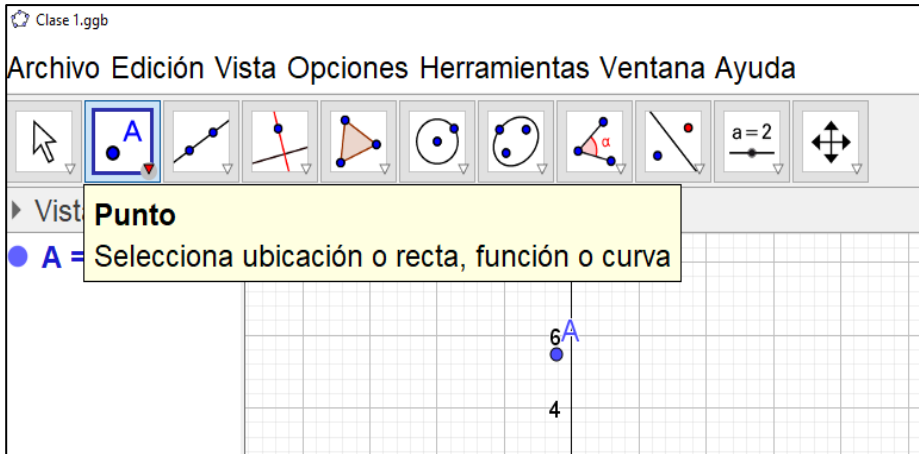


Figura 19. Mensaje de ayuda de la Herramienta Punto

Paso 2: Seleccionamos el lugar donde queremos colocar el punto y hacemos **click** (luego veremos que hay otras maneras de establecer un punto utilizando la **Barra de entrada** o la lista de comando) (Ver figura 20).

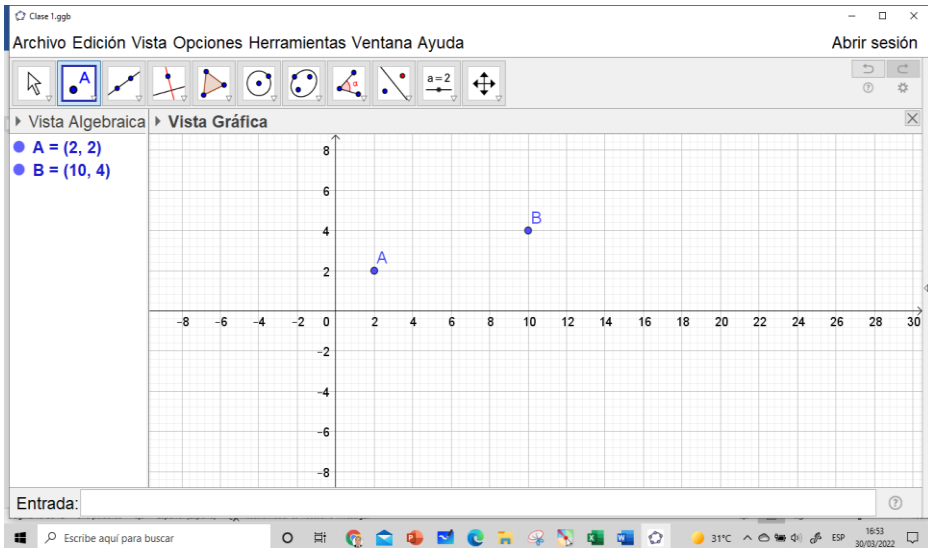


Figura 20. Vista Gráfica donde se ha colocado el Punto A y B

Paso 3: Hacemos **click** en el tercer icono de la **Barra de herramientas**, luego en **segmento** y nos sale un **mensaje de ayuda** que nos pide que seleccionemos los puntos. De esta manera queda establecido el segmento **f**, al cual podemos darle diferentes atributos (**Ver figura 21**).

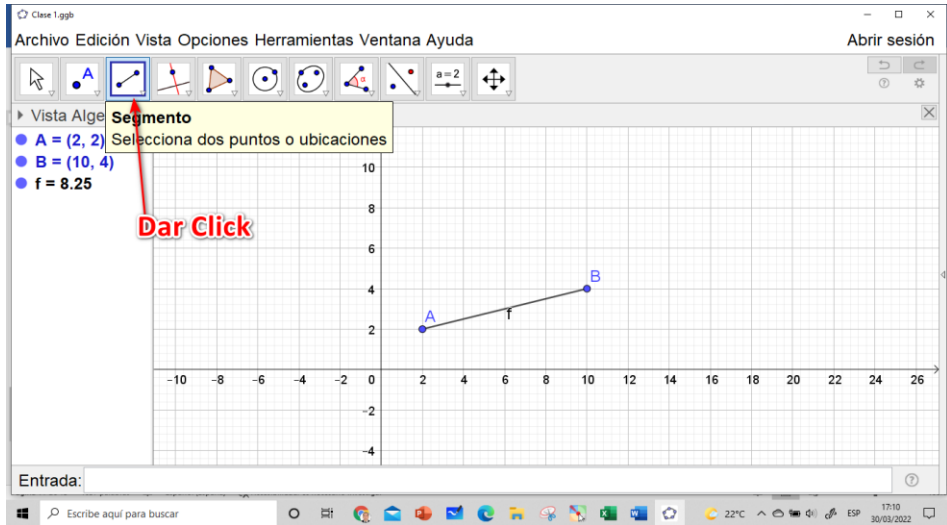


Figura 21. Uso de la herramienta segmento

Paso 4: Haciendo **click derecho** sobre el segmento “f” se despliega una ventana donde podemos elegir cualquiera de esos comandos. Para proporcionarle atributos damos **click** en **Propiedades del objeto** (**Ver figura 22**).

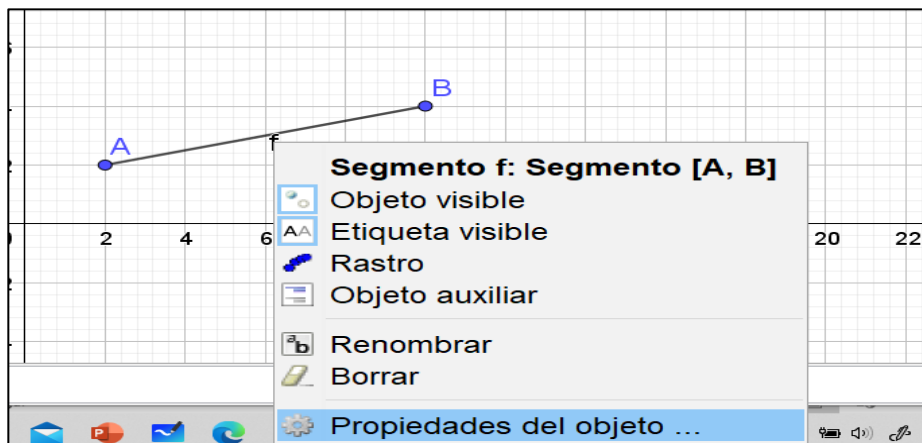


Figura 22. Hacemos click derecho sobre el objeto para dar propiedades

Paso 5: Luego de dar click en **Propiedades del objeto**, escogemos **Nombre y valor** para que muestre no solo el nombre sino también la dimensión del **segmento**. Podemos darle color y colocarle un nombre, en este caso será **AB** (Ver figura 23).

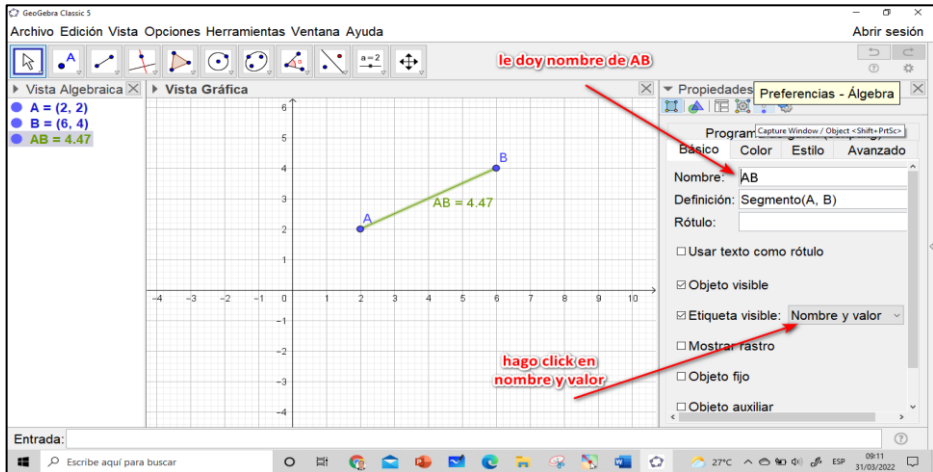


Figura 23. Ventana de Propiedades del objeto para dar algunos atributos

- Una **herramienta permanece seleccionada** mientras no se realice una nueva selección. Para **desactivar** la selección se recomienda hacer **click** en el primer icono de **mueve** (evita que al hacer **click** en otro lugar se siga ejecutando la selección anterior).



Observación: luego de dar **Propiedades al objeto** cerramos la ventana en la **"X"** para seguir trabajando. (Ver figura 24)

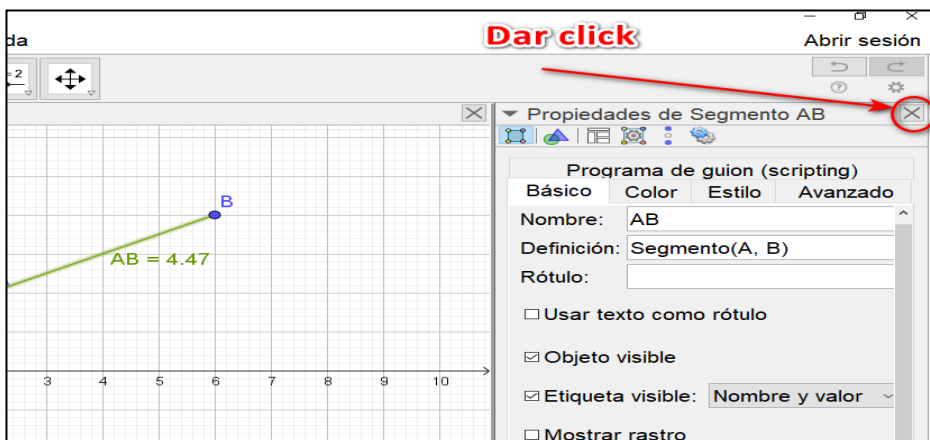


Figura 24. Cerramos la ventana Propiedades

BARRA DE ENTRADA

Nos permite seleccionar diferentes comandos e introducir expresiones que serán mostradas geoméricamente en la **Vista Gráfica** y que se irán describiendo en la **Vista Algebraica** (Ver figura 25). Por defecto la **Barra de entrada** se encuentra en la parte inferior, aunque es posible configurarla de diferente forma.

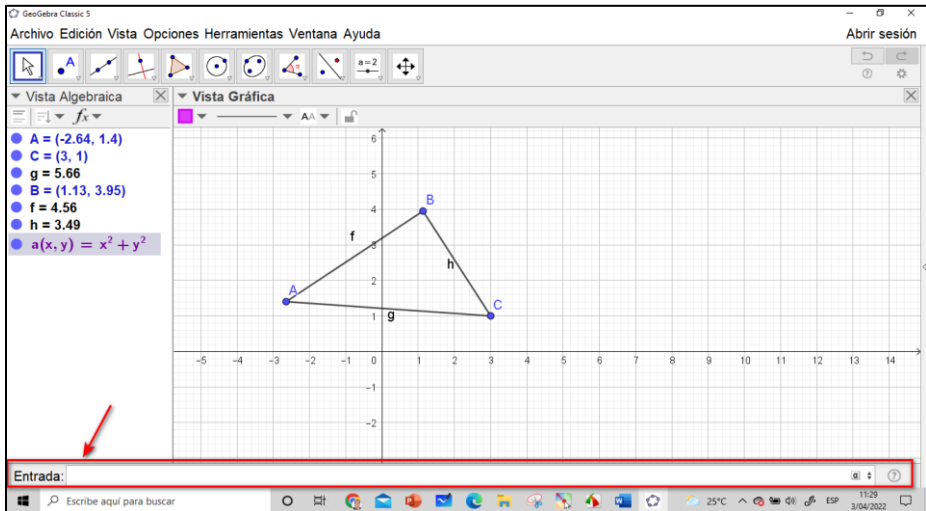


Figura 25. Barra de entrada

- Al escribir algunas letras en la **Barra de entrada** aparecerán enlistados los comandos que empiecen con esas letras, que al darle **click** se fijará en la **Barra de entrada** para llenar los datos que solicita el comando. (Ver figura 26).

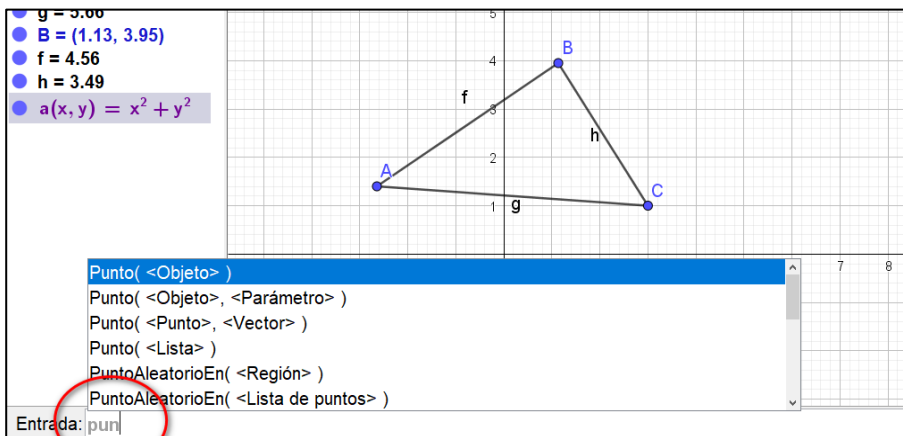


Figura 26. Ventana desplegable con lista de comandos

VISTA GRÁFICA

Ventana de trabajo donde se realizan las diferentes construcciones y se muestran las representaciones geométricas ingresadas en la **Barra de entrada**.

Al dar **click derecho** sobre algún sitio vacío de la **Vista Gráfica** nos aparece una ventana que nos permite quitar o colar **los ejes**, la **cuadrícula**, hacer **zoom** a la pantalla, redimensionar los ejes etc. (Ver figura 27).

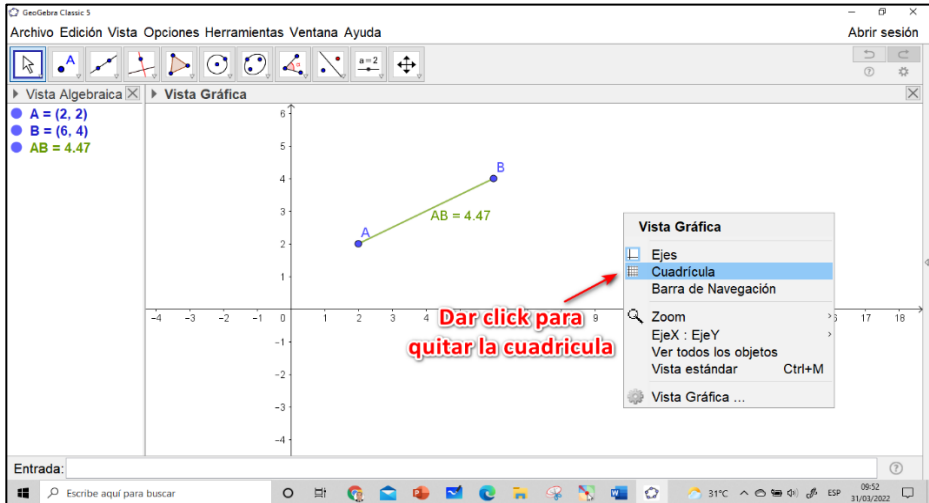


Figura 27. Configuración de la Vista Gráfica

- Podemos ir al final de esa ventana y dar **click** en la última opción. Nos aparecerá otra ventana de nombre **Preferencias – Vista Gráfica**, allí hay varias opciones entre las cuales se encuentran: atributos de los ejes, coordenadas del puntero, así como también podemos cambiar el color de la **Vista Gráfica**, entre otras (Ver figura 28).

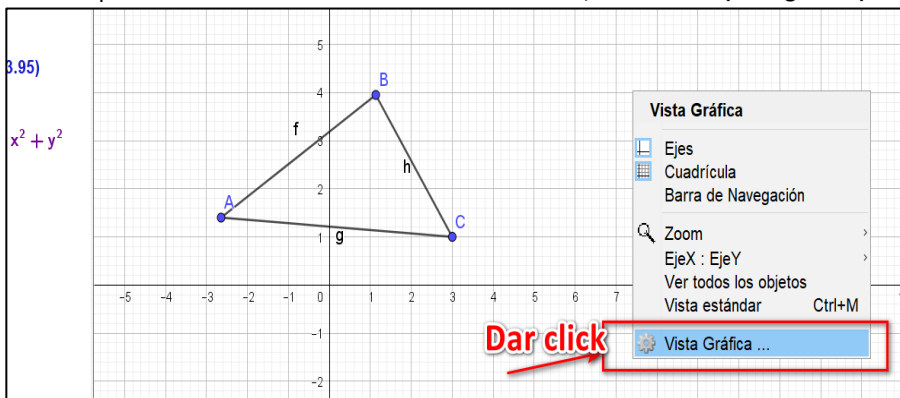


Figura 28. Entramos al comando Vista Gráfica para dar atributos

- Haciendo **click** en **Color de fondo** escogemos el nuevo color para la **Vista Gráfica** (Ver **figura 29**).

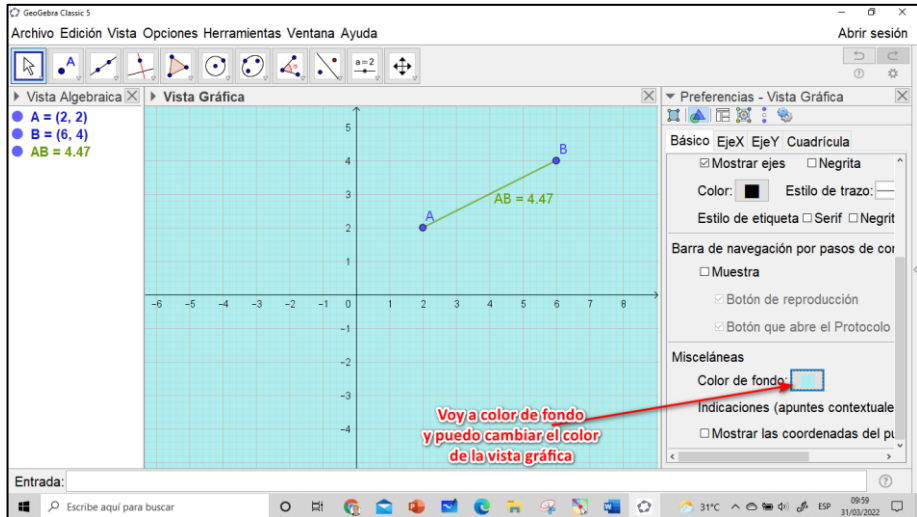


Figura 29. Dentro de Misceláneas encontramos Color de fondo

VISTA GRÁFICA 2

Se encuentra dentro del menú **Vista**. Al seleccionarla dando **click** (Ver **figura 30**), nos va a permitir tener dos ventanas interrelacionadas donde podremos hacer construcciones geométricas (Ver **figura 30**).

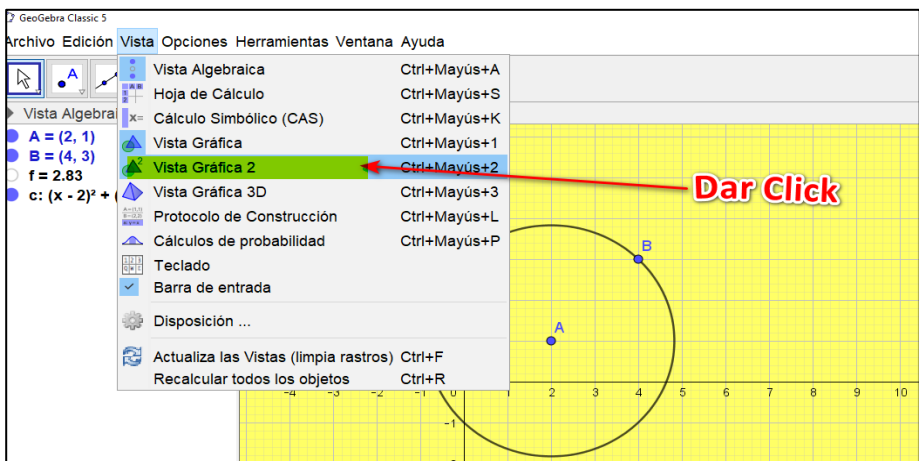


Figura 30. Dentro del menú Vista tenemos la Vista Gráfica 2

- A la nueva Vista Gráfica llamada **Vista Gráfica 2** podemos darle atributos igual como a la primera **Vista Gráfica**: cambiar ejes, color de fondo (como en este caso se ha cambiado a celeste, líneas de cuadrícula más oscuras), también puedo ingresar construcciones por la barra de entrada o directamente, como podemos observar, se ha ingresado dos puntos y con el tercer icono de la barra de herramientas se ha trazado una recta (**Ver figura 31**).

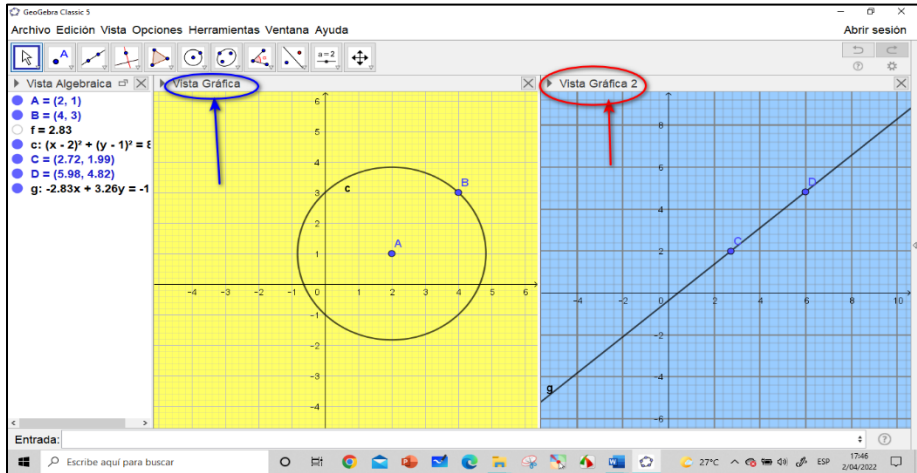


Figura 31. Vista Grafica y Vista grafica 2

VISTA GRÁFICA 3D

Se encuentra dentro del menú **Vista**. Al dar **click** nos va a permitir tener dos ventanas interrelacionadas (**Ver figura 32**).

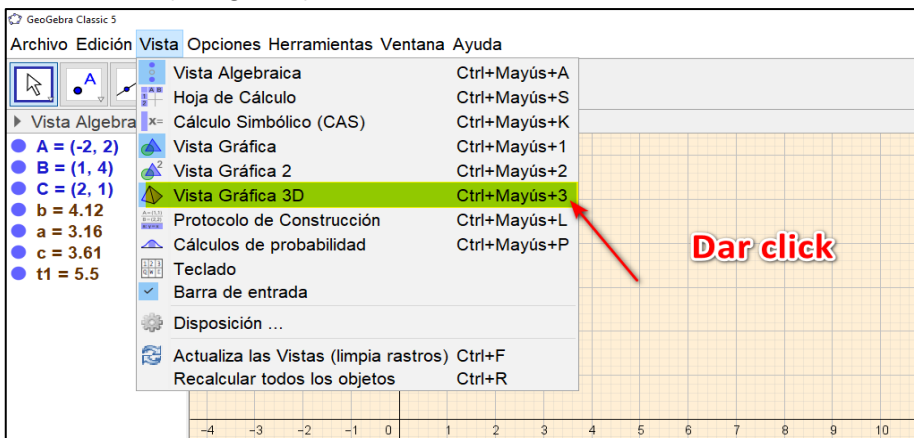


Figura 32. Dentro del menú Vista tenemos la Vista Gráfica 3D

- Observe que en la **Vista Gráfica 3D** podemos darle también atributos y hacer construcciones geométricas (**Ver figura 33**).

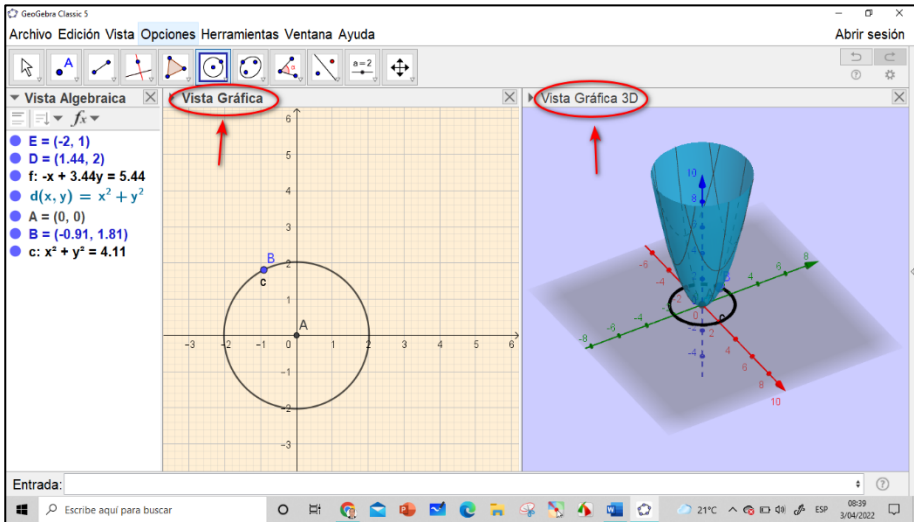


Figura 33. Vista Gráfica y Vista Gráfica 3D

- Observe que podemos **activar la Vista Gráfica** y mantenerla interrelacionada con la **Vista Gráfica 2** y **Vista Gráfica 3D** a la vez (**Ver figura 34**).

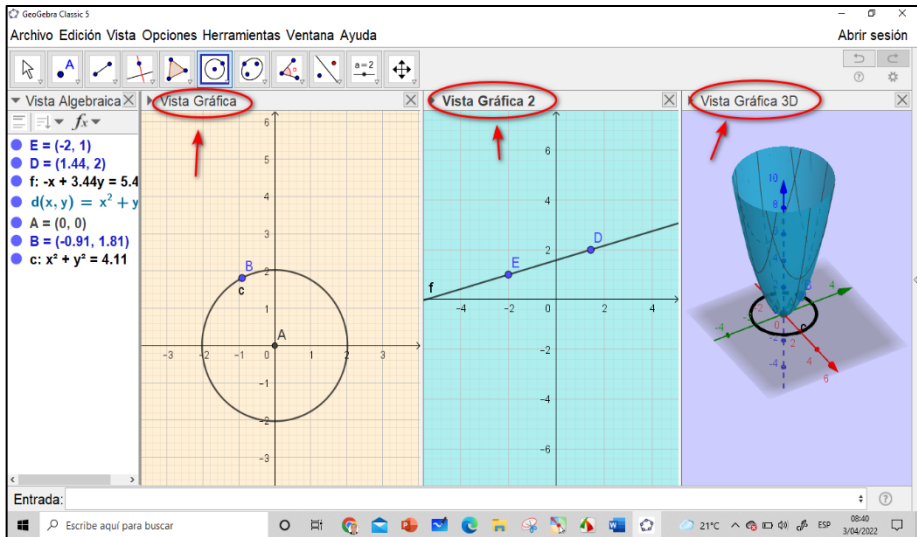


Figura 34. Vista Gráfica, Vista Gráfica 2 y Vista Gráfica 3D

PROTOCOLO DE CONSTRUCCIÓN

Se encuentra dentro del menú **Vista**, con este comando podemos reproducir los pasos de las construcciones geométricas que hemos realizado en las **Vistas Gráficas** (Ver figura 35).

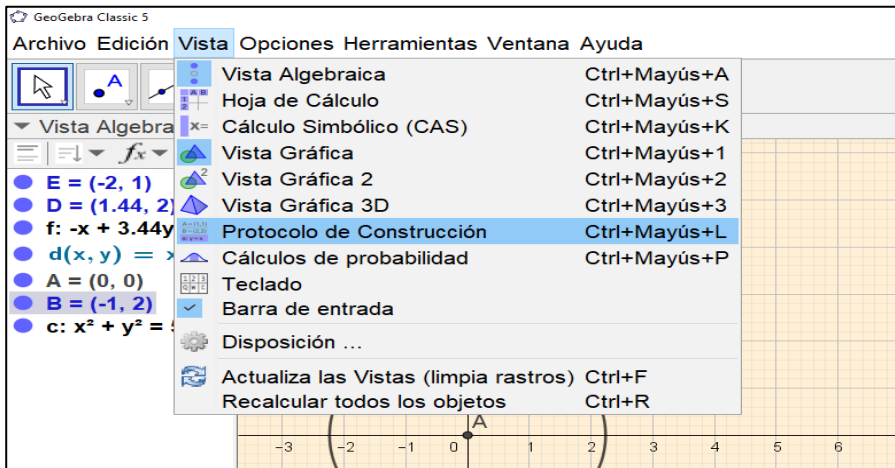


Figura 35. Dentro del menú Vista encontramos Protocolo de Construcción

- Si tenemos construcciones geométricas en la **Vista Gráfica**, el comando **Protocolo de Construcción** nos permite reproducir la construcción paso a paso de forma ordenada, al dar **click** en **Reproduce** (Ver figura 36).

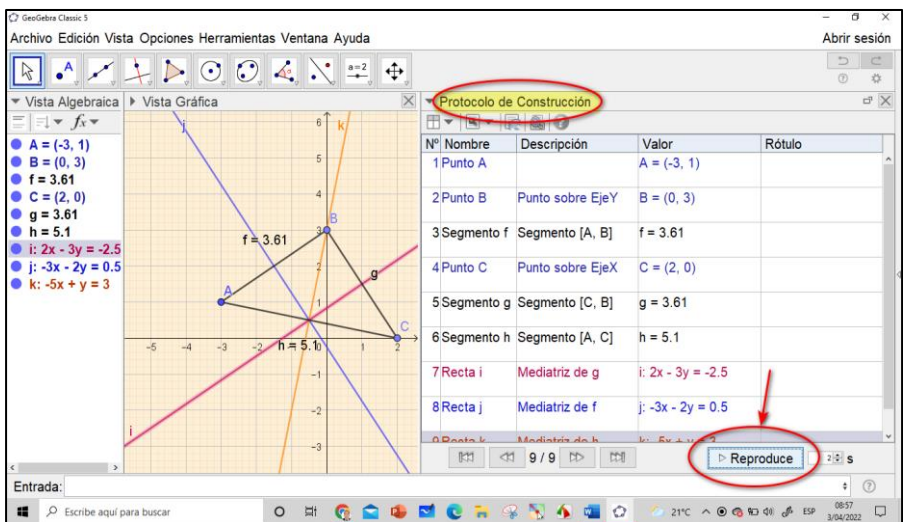


Figura 36. Ventana de Protocolo de Construcción

CÁLCULO SIMBÓLICO (CAS)

Se encuentra dentro del menú **Vista**. Al dar **click** se abre una hoja de trabajo que nos va a permitir realizar diferentes cálculos algebraicos (**Ver figura 37**).

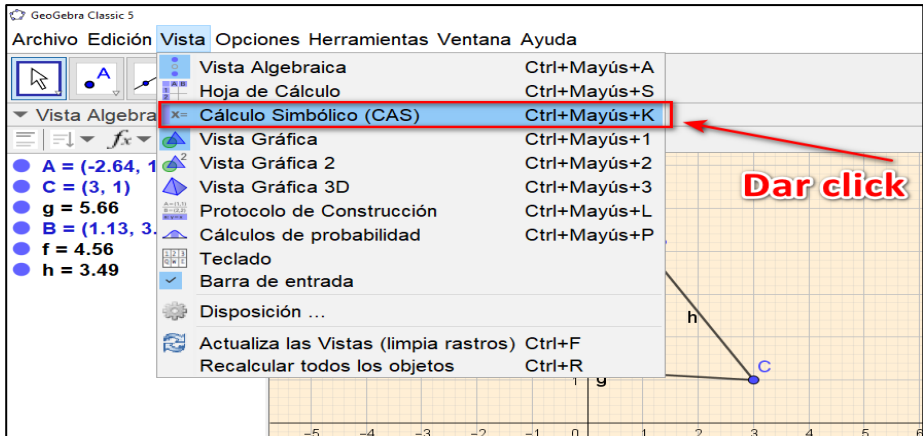


Figura 37. Dentro del menú Vista se encuentra Calculo Simbólico (CAS)

- La ventana de **Cálculo Simbólico CAS** es muy importante para la realización de: operaciones algebraicas, matriciales, evaluación de funciones, resolución de sistemas de ecuaciones entre otras. Tiene su propia **Barra de herramientas** (**Ver figura 38**), veremos su uso más adelante.

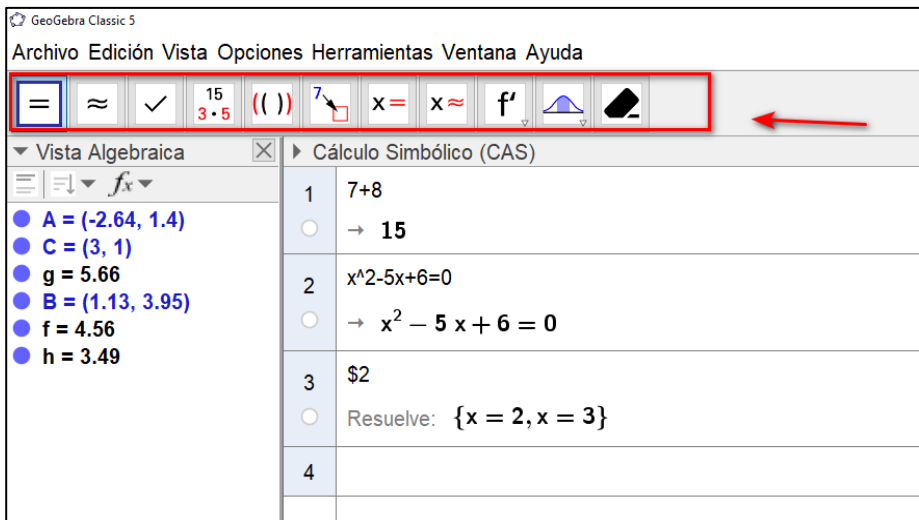


Figura 38. Ventana de Calculo Simbólico (CAS)

HOJA DE CÁLCULO

Se encuentra dentro del menú **Vista**. La cual nos permite crear tablas e interactuar con los objetos gráficos, tiene su propia Barra de herramientas, Barra de menú, Barra de entrada y nos permite hacer **trabajos estadísticos** entre otras opciones más. (Ver figura 39).

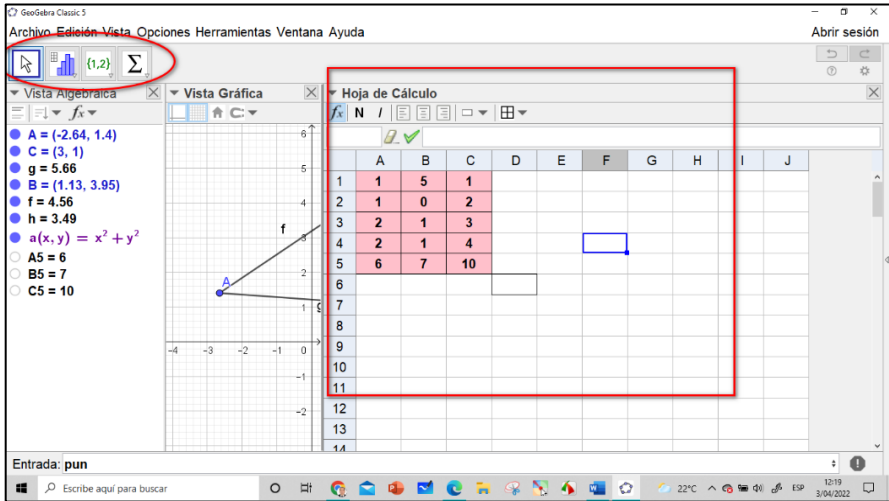


Figura 39. Ventana de la Hoja de Cálculo

VISTA ALGEBRAICA

Es donde se muestra el proceso realizado e indicando los objetos libres, dependientes, etc. Allí se expresan los comandos ingresados por la Barra de entrada o con los iconos de la Barra de herramientas (Ver figura 40).

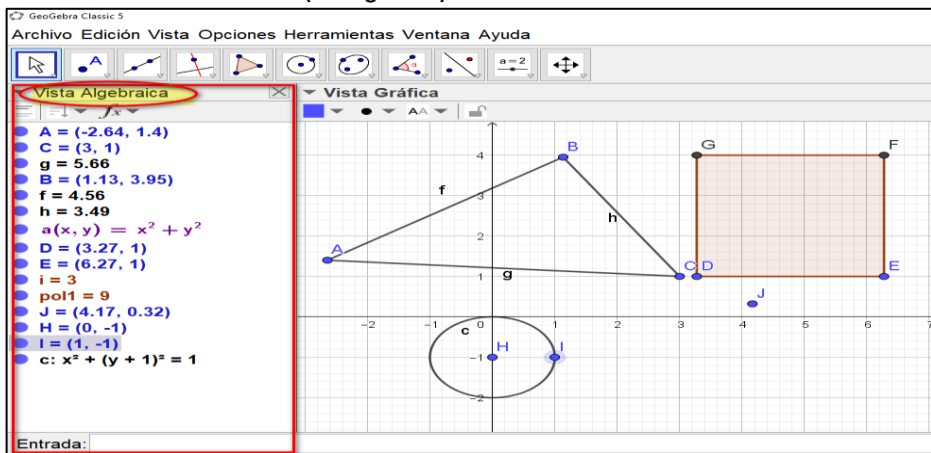


Figura 40. Ventana de la Vista Algebraica

- Cuando no queremos que un elemento sea visible lo ocultamos haciendo **click** al costado izquierdo del objeto que se encuentra en la **Vista Algebraica** o **click derecho** sobre el objeto y luego en **Objeto visible** (Ver figura 41 – 42).

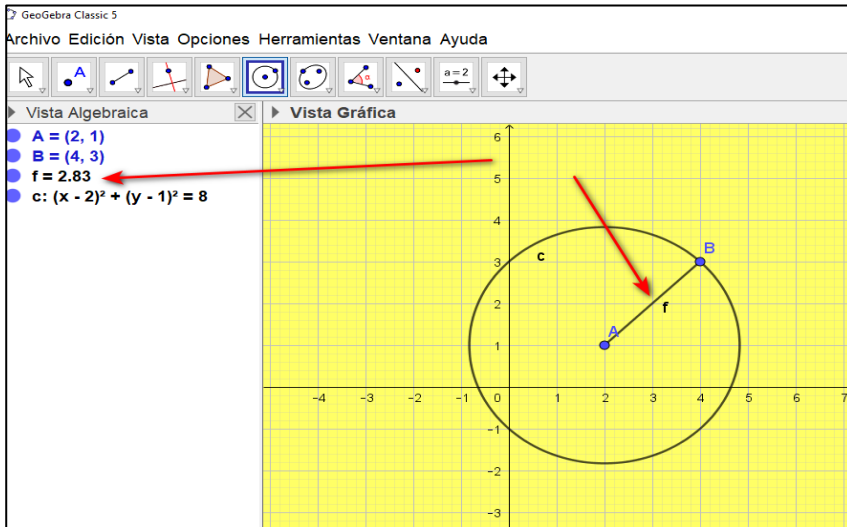


Figura 41. Objeto visible

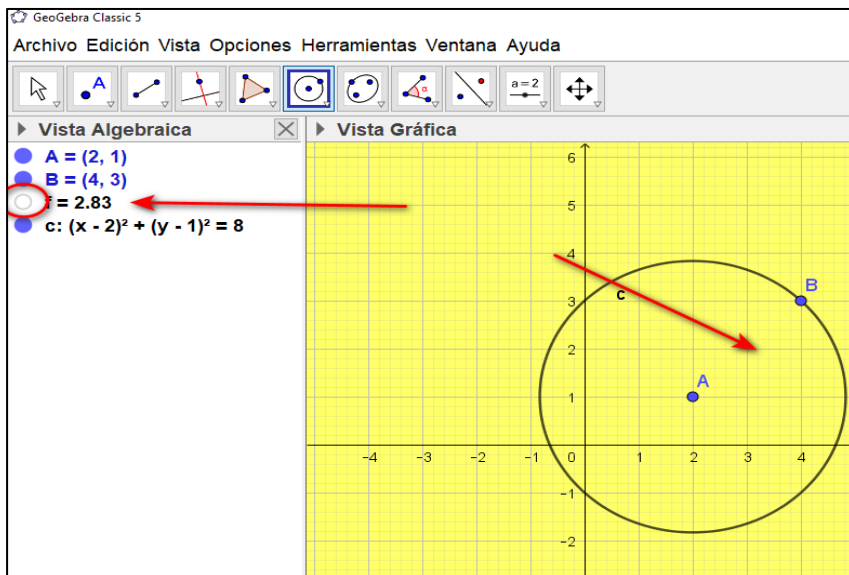


Figura 42. Objeto no visible

- Podemos volver **fijo** un elemento metiéndole **candado**, evitando que los elementos se muevan. En la figura se ha colocado tres puntos libres, es decir, puedo arrastrarlos a cualquier lugar (**Ver figura 43**).

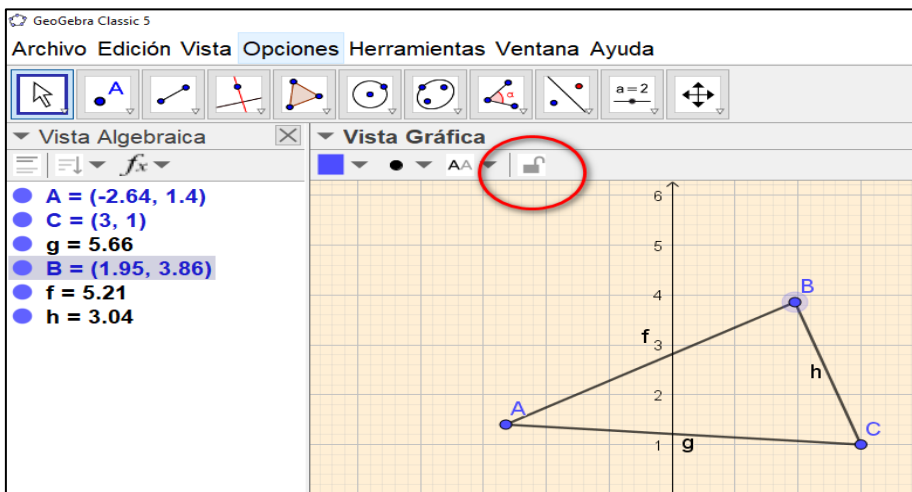


Figura 43. Objeto No fijo (movible o arrastrable)

- Lo convertimos en objeto fijo dando **click** sobre el objeto y luego en el **candado**, ahora ya no lo podremos mover ni arrastrar (**Ver figura 44**).

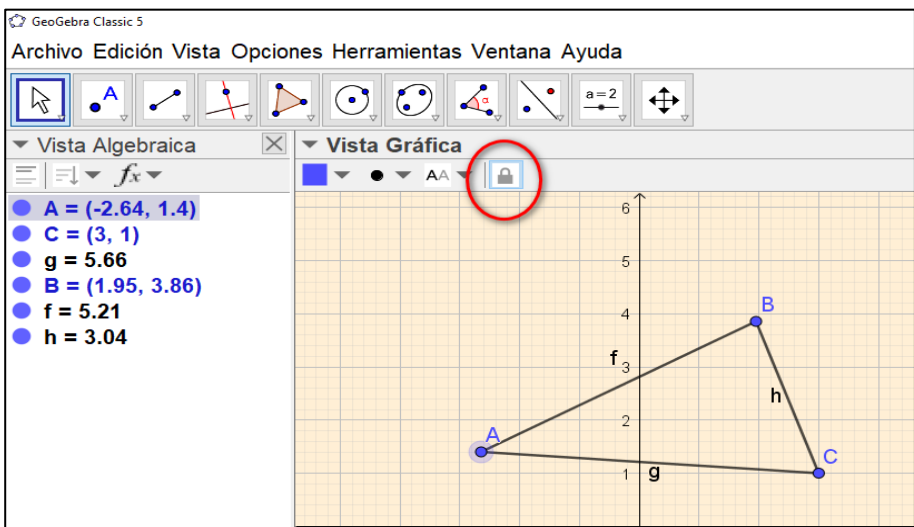


Figura 44. Objeto fijo (no movible)

- **Existen dos tipos de objetos: los Independientes y los Dependientes.** Podemos diferenciarlos porque los **independientes** son los que se han creado haciendo puntos básicos y se podrán arrastrar para cambiar las condiciones iniciales y los **dependientes** se moverán si se modifican las condiciones de los objetos independientes.
- Al dar **click** sobre el **Signo de Interrogación** que está en la parte inferior derecha, nos mostrará los diferentes comandos. Si damos **click** en el comando deseado y luego en **Pega**, automáticamente el comando aparecerá en la **Barra de entrada** (Ver figura 45).

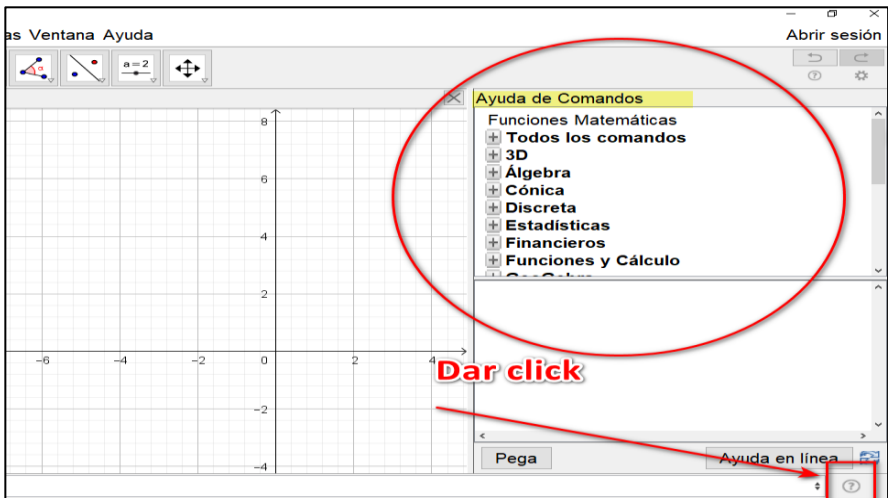


Figura 45. Ventana de Ayuda de Comandos

- Si damos **click** dentro de la **Barra de entrada** aparecerá el símbolo alfa, donde podemos escoger letras griegas y símbolos matemáticos (Ver figura 46).

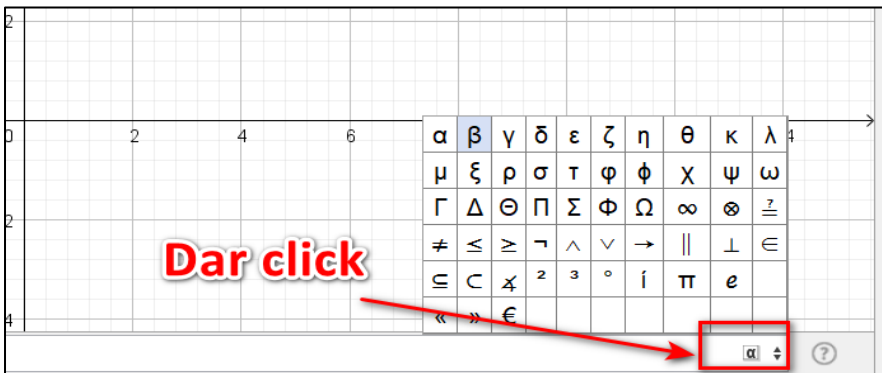


Figura 46. Ventana de símbolos

- Cuando deseamos borrar **un conjunto de objetos** de forma rápida podemos seleccionarlos haciendo **click derecho** y arrastrando el mouse alrededor de la zona a borrar, luego damos suprimir (Ver figura 47 - 48).

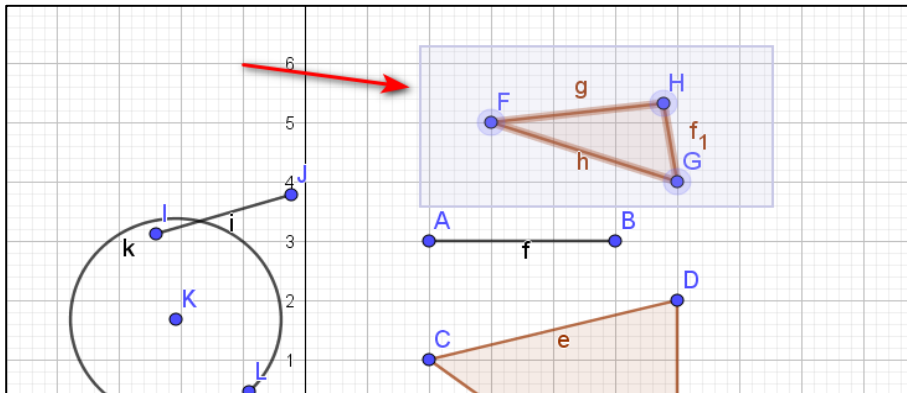


Figura 47. Objetos seleccionados para ser borrados

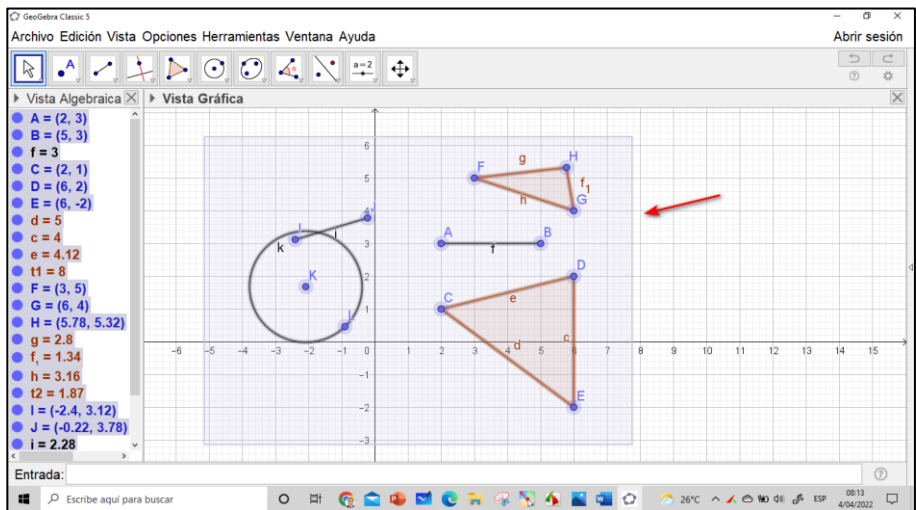


Figura 48. Objetos seleccionados para ser borrados

Observación

De esta manera podemos ir revisando cada una de los menús, herramientas existentes, configuraciones y muchos otros comandos que nos permitirán un trabajo más eficiente con el **software GeoGebra**

COMANDOS Y HERRAMIENTAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE OBJETOS

En la **Barra de herramientas** tenemos el segundo icono donde encontramos un conjunto de herramientas (para visualizarlas hacemos **click** en el triángulo de color rojo ubicado en la esquina inferior derecha del del icono) (**Ver figura 49**).

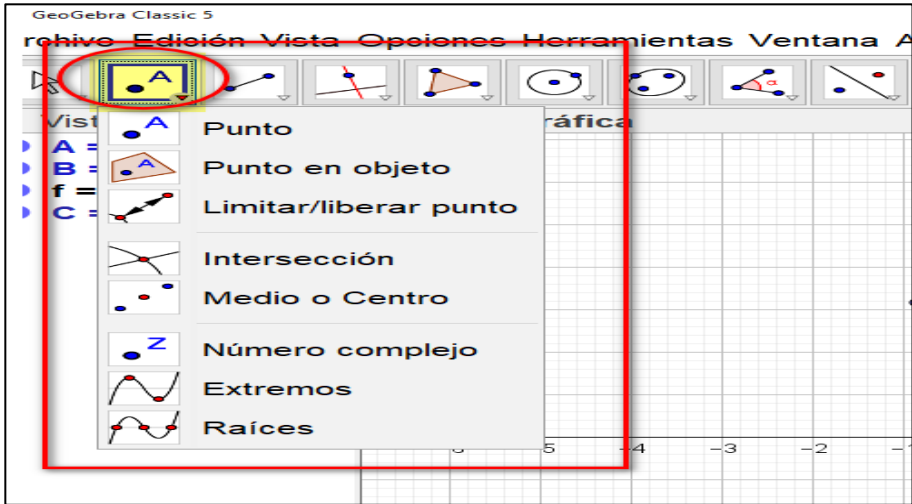


Figura 49. Herramientas que están en el segundo icono de la Barra de herramientas

- También podemos obtener estos comandos a través de la **Barra de entrada**, escribiendo las letras iniciales del comando e inmediatamente saldrá el listado de comandos con ese nombre (**Ver figura 50**).

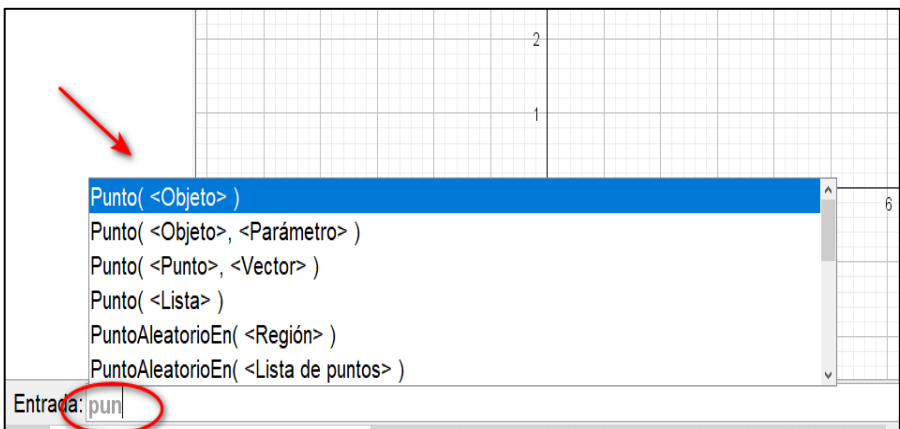


Figura 50. Comandos que se despliegan al escribir en la Barra de entrada: “pun”

PUNTOS

Para insertar **puntos** tenemos dos formas: La primera con el mouse, haciendo **click** sobre la **Vista Gráfica** (le asignará nombres predeterminados) y la segunda, ingresando en la **Barra de entrada** letras mayúsculas seguidas de la coordenada del punto (si lo hacemos con letras minúsculas nos ingresará un vector).

Ejemplo 1: Ingrese el punto $R(\sqrt{2}, -\frac{1}{3})$, luego darle color marrón, que se muestre las coordenadas, tenga forma de rombo y sea un punto fijo.

Paso 1: en la **Barra de entrada** escribimos la letra mayúscula **R** seguido de **paréntesis**, luego colocamos **sqrt(2)**, la coma e ingresamos el $-\frac{1}{3}$ y damos **Enter**. (no podríamos ser tan exactos si ingresamos el punto directamente con el mouse (Ver figura 51).

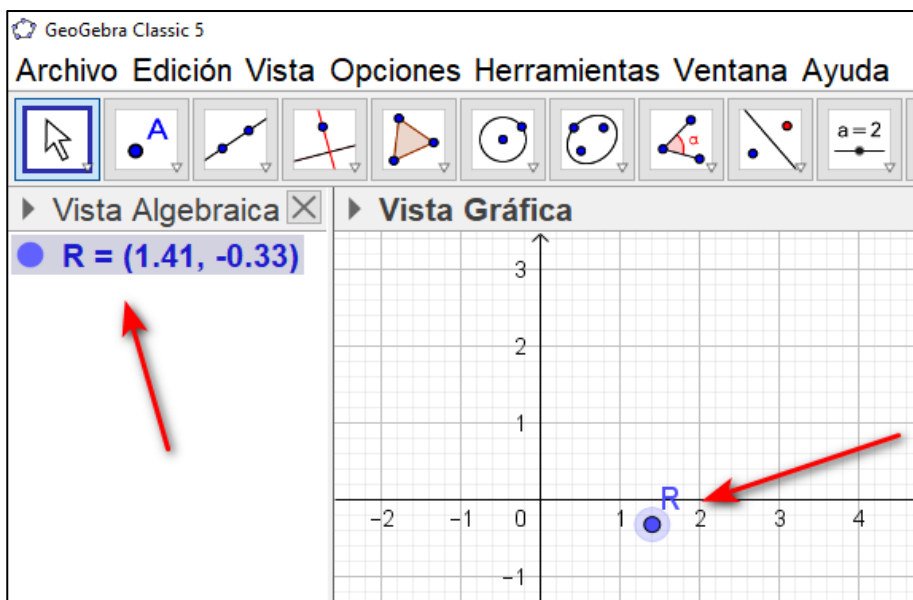


Figura 51. Punto R ingresado por Barra de entrada

Paso 2: Hacemos **click derecho** sobre el punto R y aparecerá la ventana que nos permitirá dar Propiedades, donde podemos observar algunos comandos como Rastro, Renombrar, Borrar, etc. Luego damos **click** en **Propiedades del objeto** (Ver figura 52).



Figura 52. Ventana desplegable que se presenta al dar click derecho sobre el objeto R

Paso 3: Al dar **click** en **Propiedades del objeto** aparecerá una ventana en la cual podemos escoger el **color** solicitado. Luego, entrando a **Básico** donde dice **Etiqueta visible** damos **Nombre y valor** para que nos muestre las coordenadas, también damos **click** donde dice **Objeto fijo** y luego cerramos en la parte superior derecha de esa ventana (Ver figura 53).

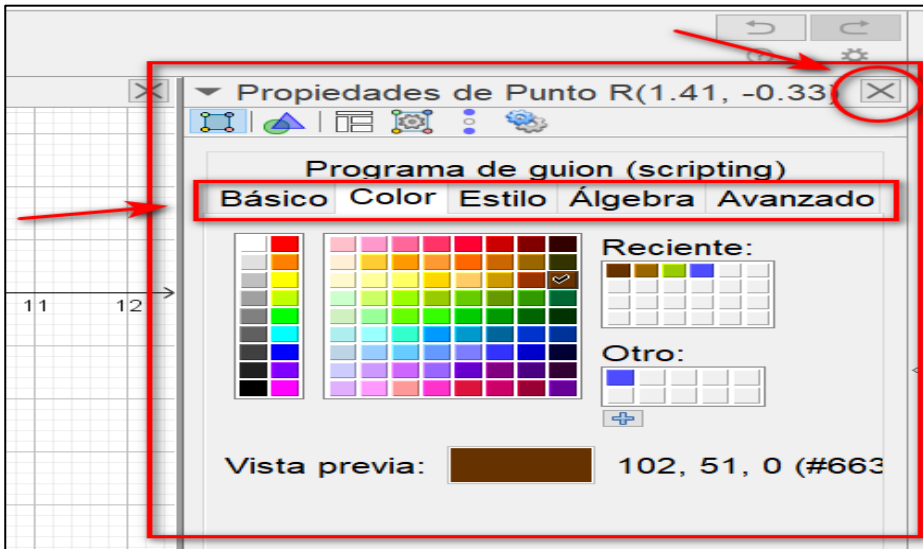


Figura 53. Ventana para dar propiedades al objeto (color)

- Luego de cerrar la ventana que me permitió dar **Propiedades al objeto** ya tenemos resuelto nuestro ejercicio (podemos comprobar si el punto es un objeto fijo tratando de mover el punto con el mouse) (Ver figura 54).

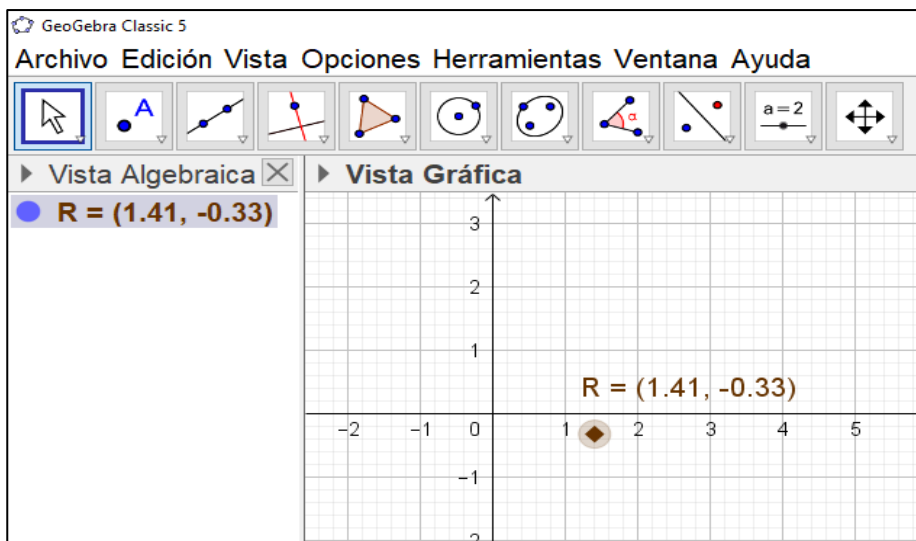


Figura 54. Objeto R con las propiedades solicitadas en el ejemplo 1

PUNTO EN OBJETO

Es un punto movable dentro de una línea o curva. Para colocarlo damos **click** a la herramienta **Punto en objeto**, luego **click** a la línea o curva donde queremos que se encuentre el punto movable.

Ejemplo 2: Ingrese a través de la **Barra de entrada** la función $y = x^2$, luego con el mouse coloquemos un **Punto en objeto** que tenga color verde, muestre el **valor del punto** de nombre **Q**, que la curva sea de color rojo. También determine la **pendiente de la recta tangente** a la curva en cada punto, muestre la ecuación de la recta **L** de color azul perpendicular a la recta tangente a la curva de **pendiente 2**.

Paso 1: En la **Barra de entrada** digitamos $y = x^2$. Luego, vamos al segundo icono y damos **click** en **Punto en objeto**, al pasar el mouse nos sale un **mensaje de ayuda** diciéndonos que seleccionemos un objeto o su contorno, es decir, llevamos el mouse y damos **click** en cualquier parte de la curva. Podemos cerciorarnos moviendo el punto con el mouse por toda la curva (Ver figura 55).

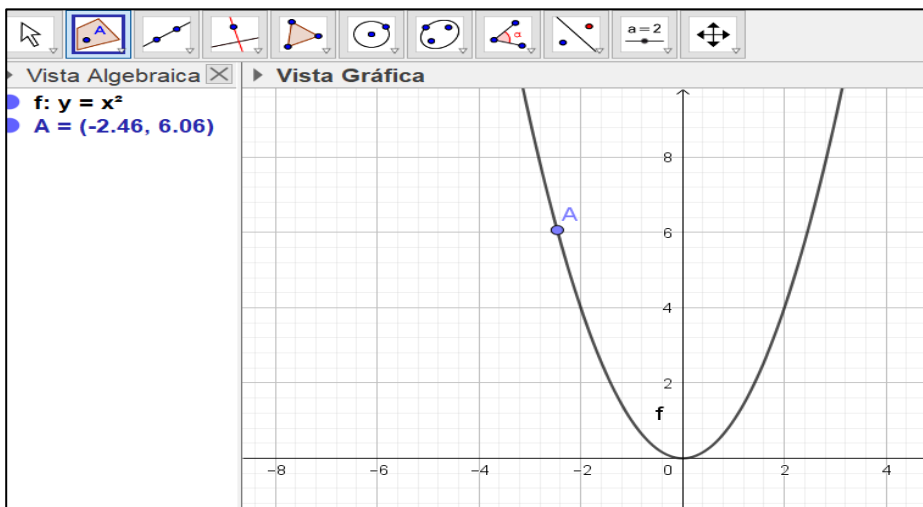


Figura 55. Curva $y = x^2$ ingresada por la Barra de entrada con el Punto en objeto A

Paso 2: Para cambiar de **color** y **nombre** al punto hacemos **click derecho** sobre el punto y aparecerá una ventana que donde al final dice **Propiedades del objeto** (ver figura 56). Dando **click** allí aparecerá una nueva ventana de nombre **Propiedades de Punto A**, entramos a **Básico** y en **Nombre** en lugar de **A** colocamos **Q**. Luego, en **Etiqueta visible** damos **click** en **Nombre y valor**, en **Color** escogemos el **color verde** y cerramos la ventana haciendo **click** en la “X” que se encuentra en la parte superior derecha de la ventana (ver figura 57).

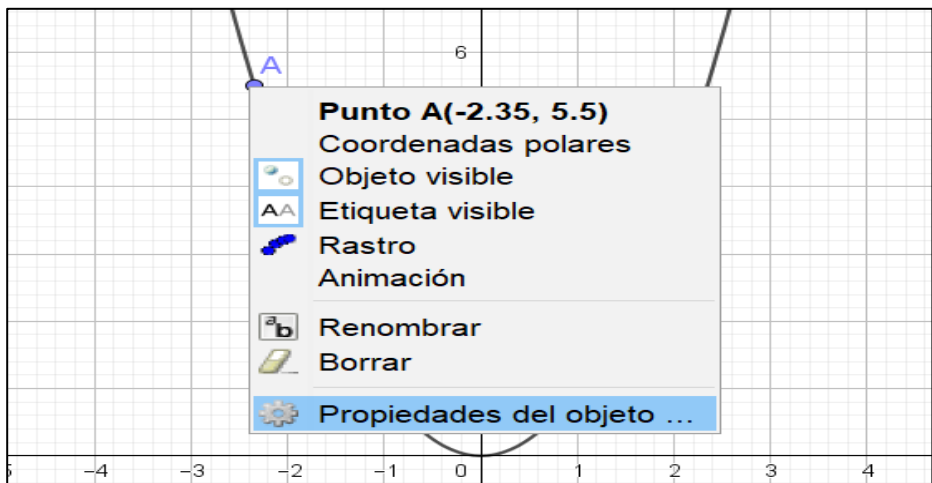


Figura 56. Ventana que se presenta al dar click derecho sobre el punto A

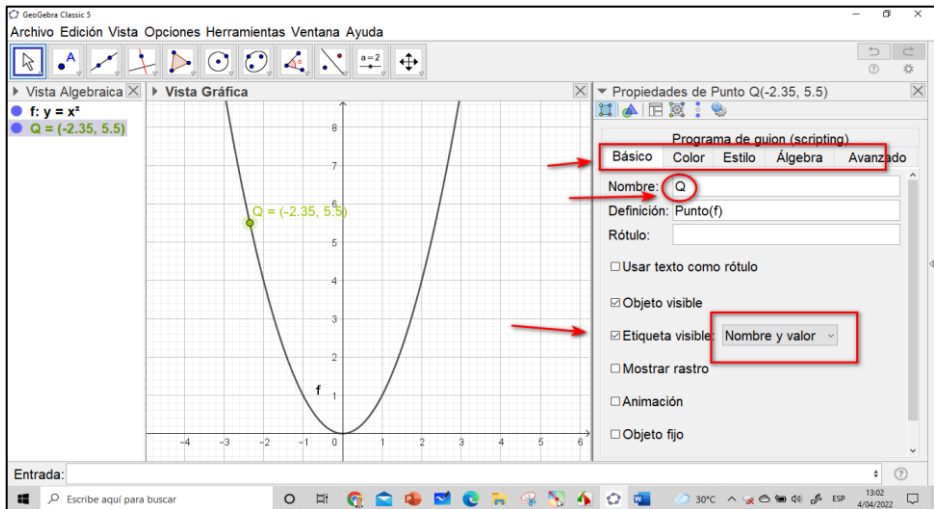


Figura 57. Ventana donde escogemos las propiedades o atributos del objeto

Paso 3: Para cambiar la curva a **color rojo** damos **click derecho** sobre la curva y hacemos un procedimiento similar al explicado en el **Paso 2**. Luego, vamos al cuarto icono de la **Barra de herramientas** y le damos **click**, escogemos donde dice **Tangente** (ver figura 58). Luego, vamos al **Punto en objeto Q**, lo seleccionamos y damos **click** en la curva. (tendremos una tangente a la curva $y = x^2$ movible), (ver figura 59).

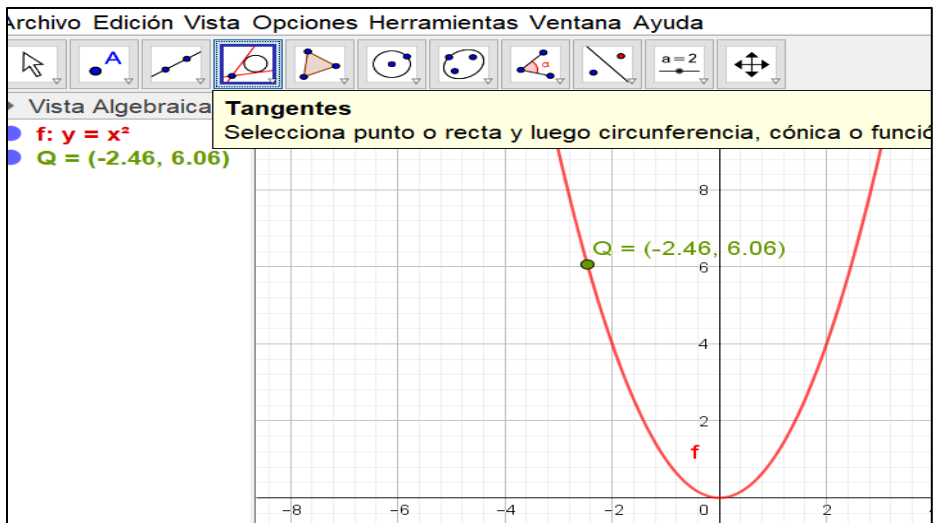


Figura 58. Mensaje de ayuda del icono Tangentes

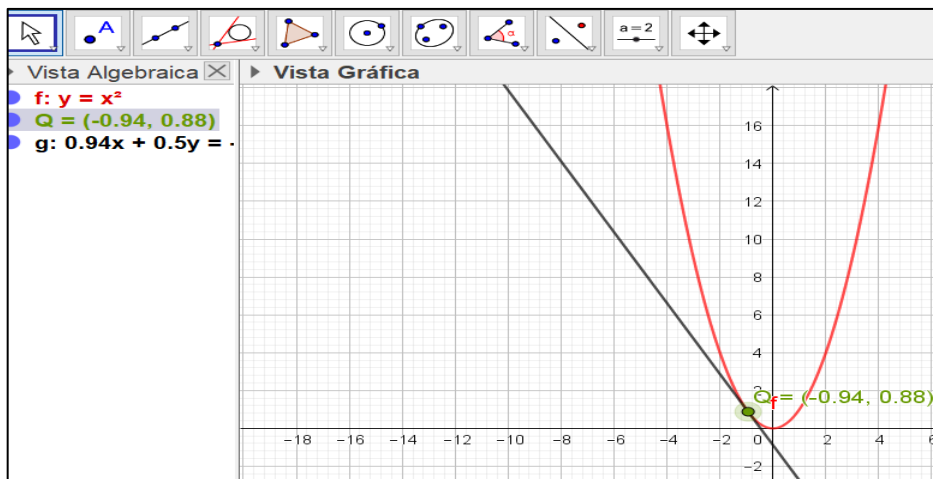


Figura 59. Tangente a la curva en el punto móvil Q

Paso 4: En el octavo icono de la **Barra de herramientas** hacemos **click** y seleccionamos **Pendiente** (ver figura 60) y hacemos **click** sobre la recta. Luego, deslizamos el punto móvil con el mouse hasta que la pendiente sea dos (ver figura 61).

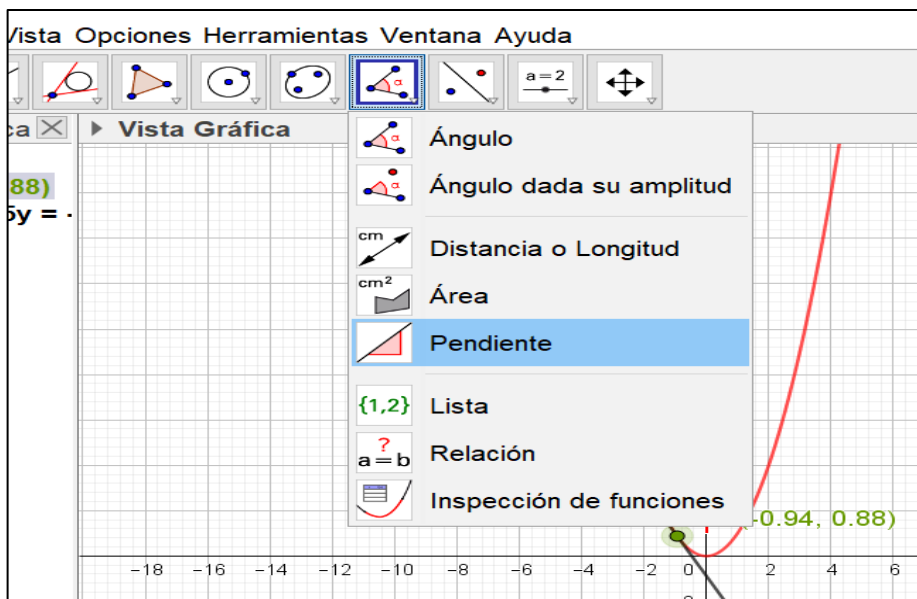


Figura 60. Herramienta Pendiente

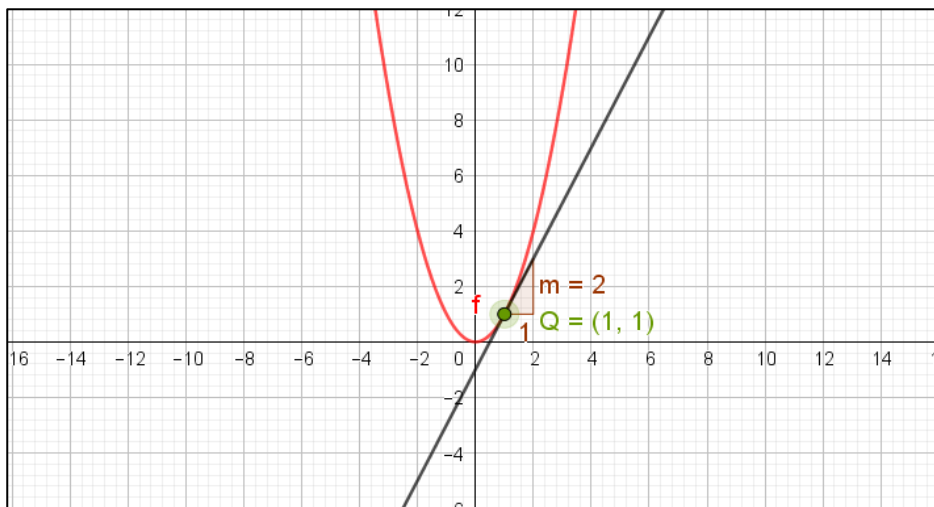


Figura 61. Deslizamos el punto hasta que la recta tangente tenga pendiente dos

Paso 5: En el cuarto icono de la **Barra de herramientas** seleccionamos **Perpendicular** (ver figura 62). luego en el **Punto Q** hacemos **click** y seguidamente hacemos **click** en la recta a la cual queremos hallar su perpendicular en ese punto (ver figura 63).

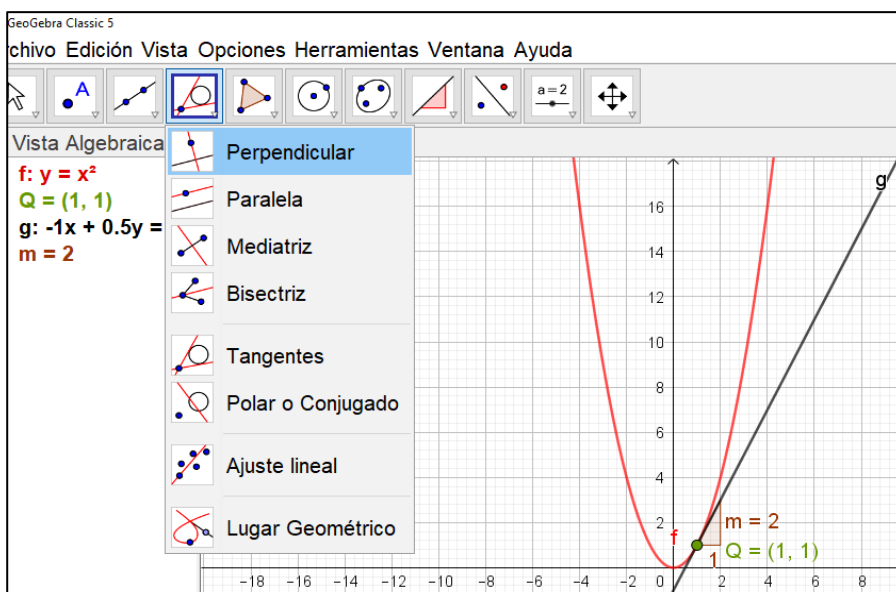


Figura 62. Herramienta Perpendicular

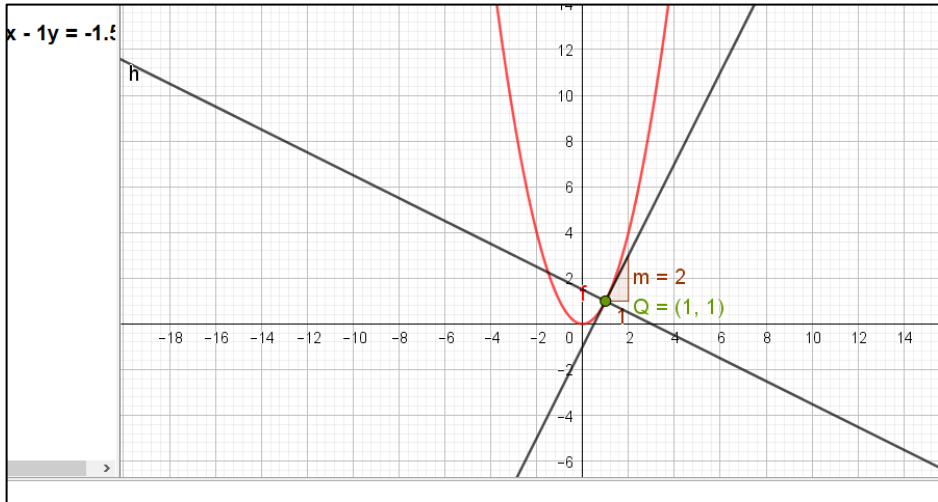


Figura 63. Recta perpendicular a la recta tangente de pendiente dos

Paso 6: Finalmente hacemos **click derecho** sobre la recta perpendicular “h”. Luego, en **Propiedades del objeto** y dentro de **Básico** cambiamos a **nombre L**, en **Etiqueta de valor** seleccionamos **Nombre y valor**, en **Color** seleccionamos azul y cerramos la ventana. (ver figura 64 – 65).

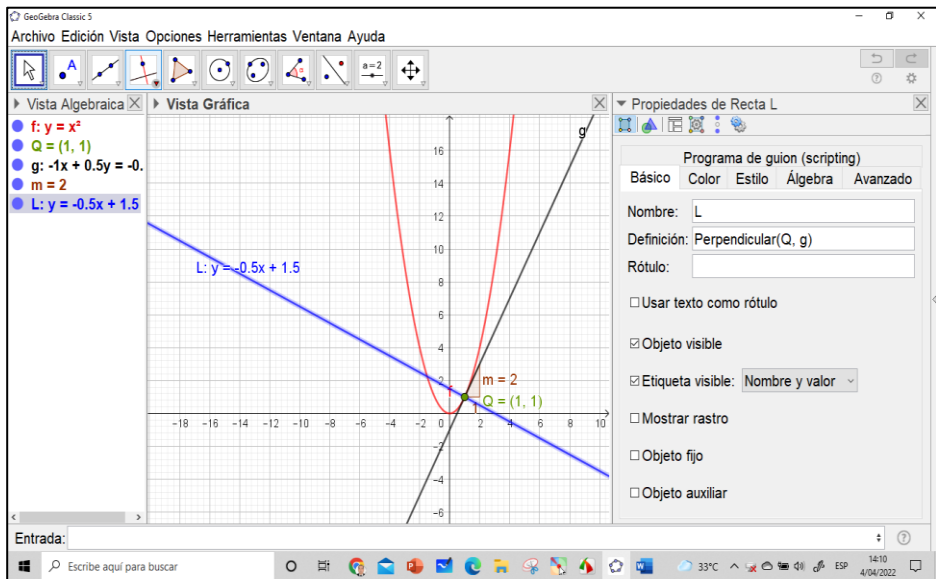


Figura 64. Propiedades de la recta perpendicular

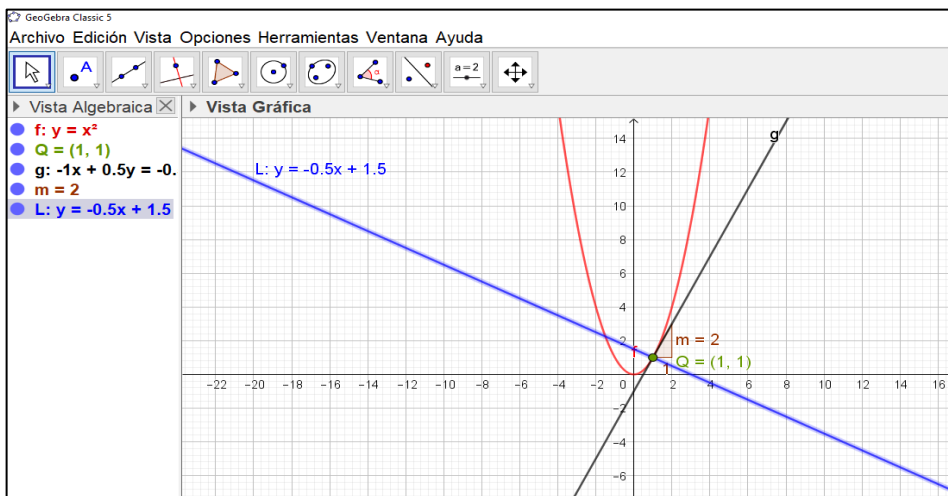


Figura 65. Ecuación de la recta solicitada

Ejemplo 3: Construir un triángulo donde uno de sus lados mida 5 unidades y que las medidas de sus ángulos sea 80° , 70° y 30° .

Paso 1: Hacemos **click** en el tercer icono de la **Barra de herramientas** y seleccionamos **Segmento de longitud dada** (ver figura 66). Al hacer **click** nos sale una ventana que nos pide la **Longitud** del segmento, colocamos 5 y damos **OK**. (ver figura 67 – 68 – 69)

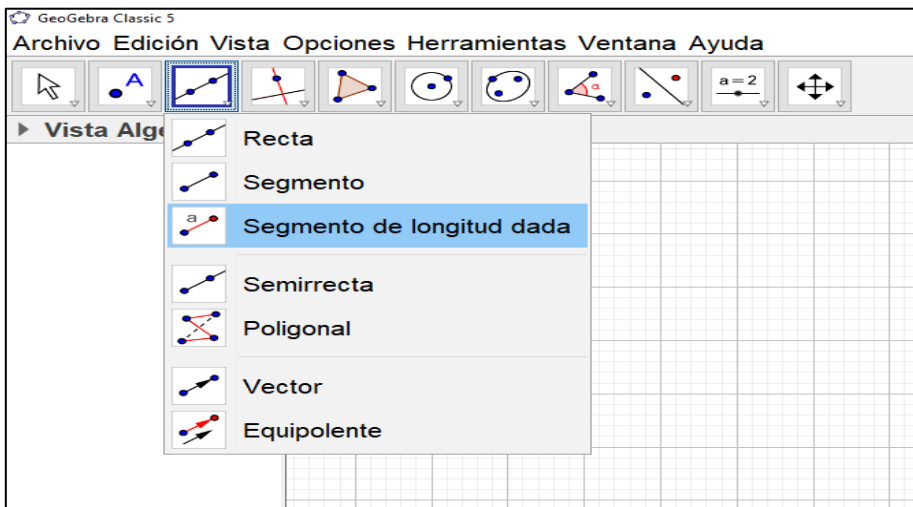


Figura 67. Herramienta Segmento de longitud dada

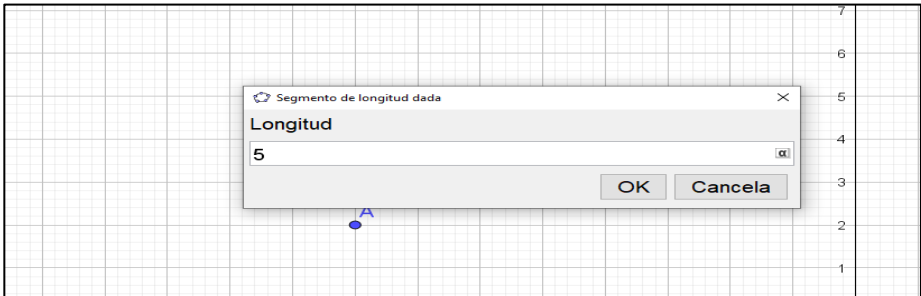


Figura 68. Ventana donde nos pide que ingresemos la longitud del segmento

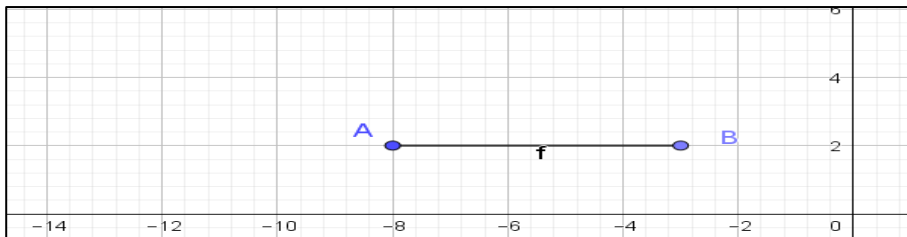


Figura 69. Segmento de longitud cinco

Paso 2: Luego que tenemos el segmento de **longitud 5**, hacemos **click** en el octavo icono de la **Barra de herramientas** y seleccionamos **Ángulo dada su amplitud** (ver figura 70), al pasar el mouse sobre el icono seleccionado nos sale un **mensaje de ayuda** que dice **“Selecciona punto lateral y vértice, luego amplitud”** (ver figura 71).

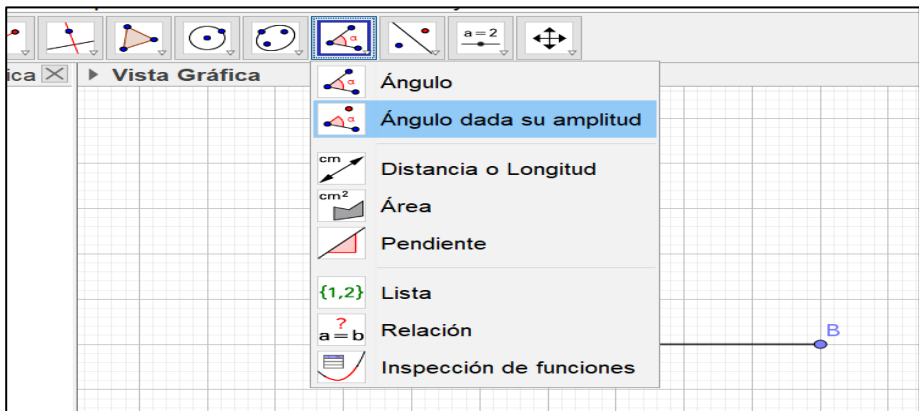


Figura 70. Herramienta Ángulo dada su amplitud

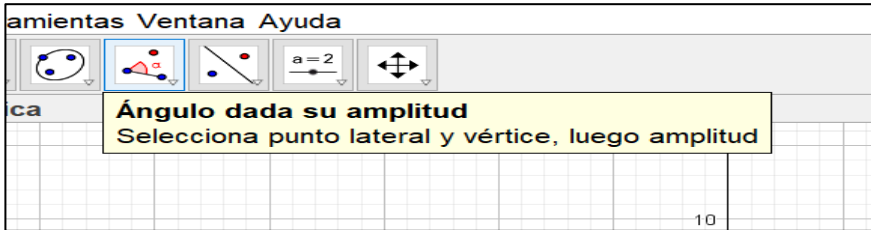


Figura 71. Mensaje al pasar el mouse sobre el icono seleccionado

- Al dar **click** primero en **B** y luego en **A**, aparecerá una ventana donde nos pide el **Ángulo**, colocamos **80°** y damos **OK** (ver figura 72), aparecerá el ángulo y el punto **B'₁** (ver figura73), luego unimos con una **recta A y B'₁** (ver figura74), repetimos el proceso tomando como vértice el punto **B** dando como amplitud un **ángulo 70°** (ver figura75).

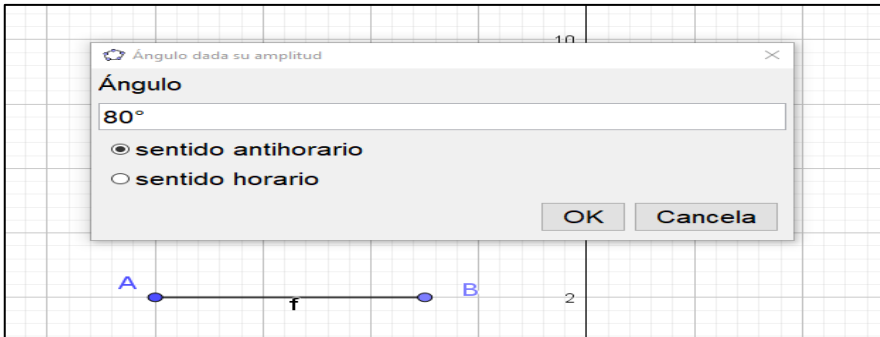


Figura 72. Ventana donde nos pide la amplitud del ángulo

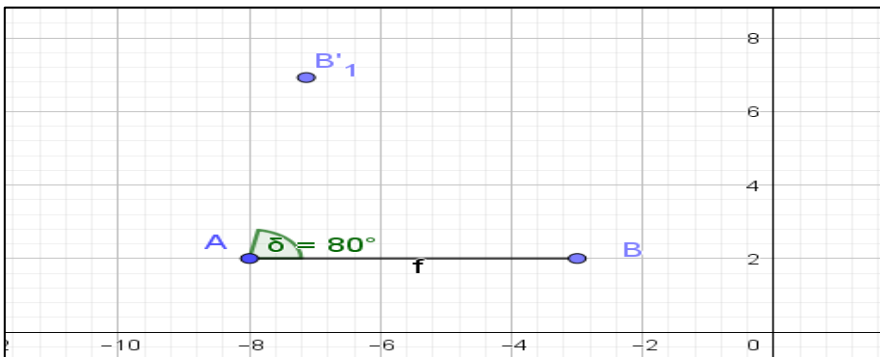


Figura 73. Ventana donde nos indica el ángulo de 80° y el punto B'₁

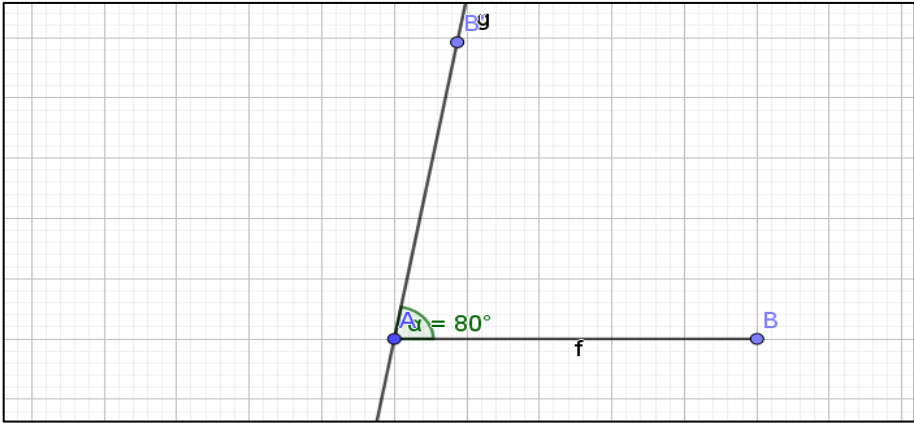


Figura 74. Recta que une el punto A con el punto B₁

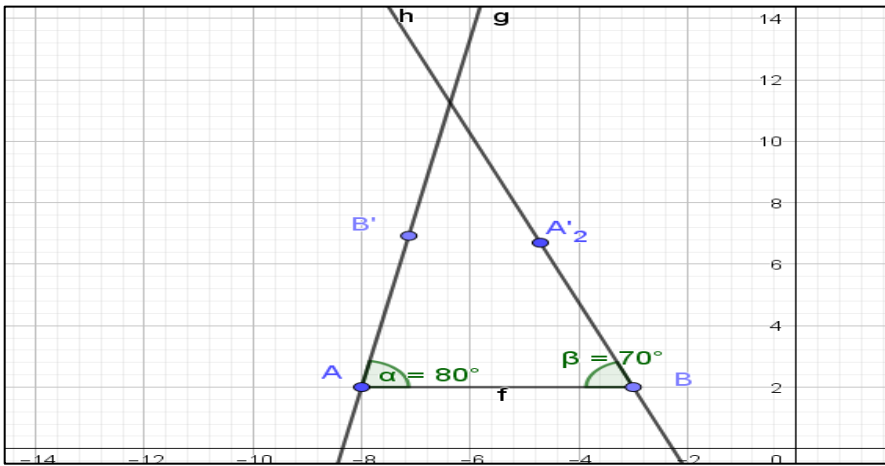


Figura 75. Recta que une el punto B con el punto B₁

Paso 3: En el segundo icono de la **Barra de herramientas** seleccionamos **Intersección** (ver figura76), nos pide que **seleccionemos dos objetos sucesivamente**, al hacerlo dando **click** en cada recta nos marca el **punto de intersección** que sería el tercer vértice del triángulo (ver figura77).

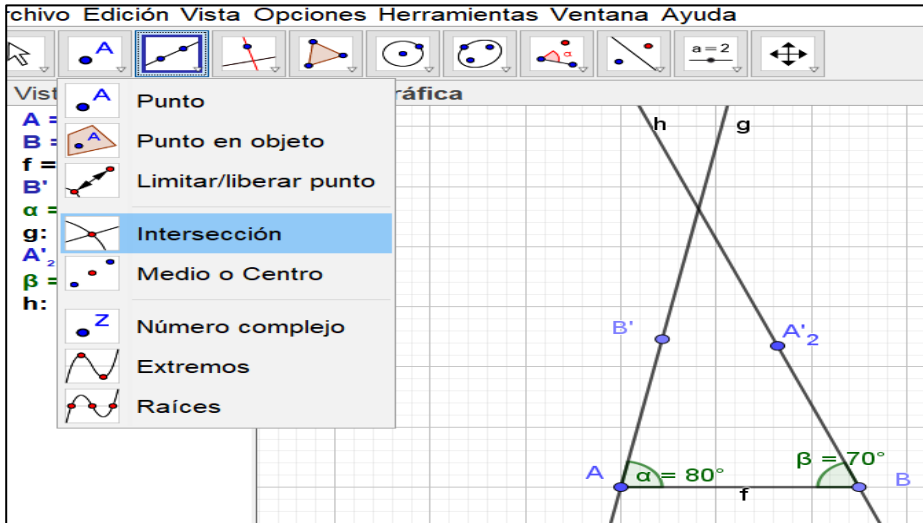


Figura 76. Herramienta Intersección

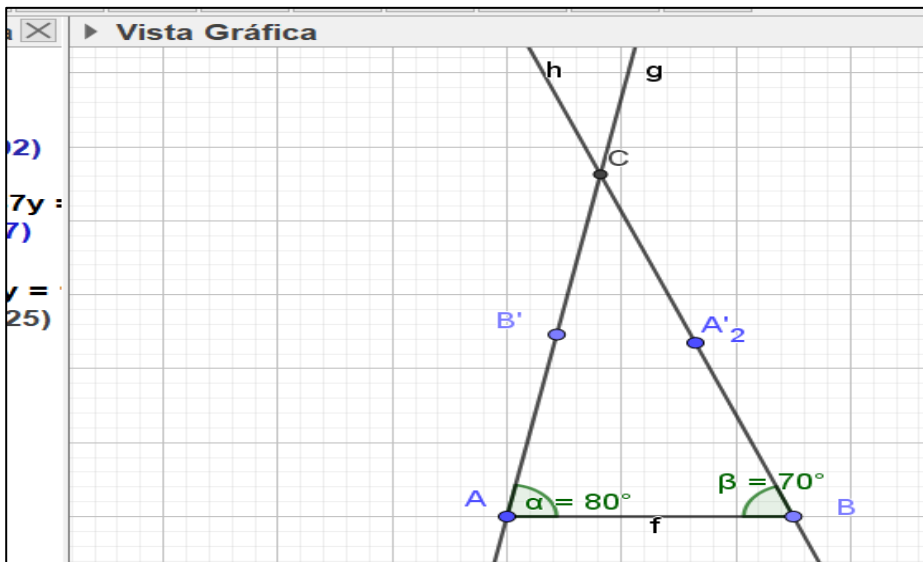


Figura 77. Punto de Intersección de las rectas h y g

- Para medir el tercer ángulo (que por propiedad sabemos que debe ser 30°), damos **click** en el octavo icono de la **Barra de herramientas** y seleccionamos **Ángulo** (ver figura78). Al pasar el mouse sobre este icono nos muestra un **mensaje de ayuda** donde nos pide seleccionar 3 puntos (ver figura79), teniendo en cuenta el orden de los puntos nos da la medida del tercer ángulo (ver figura 80).

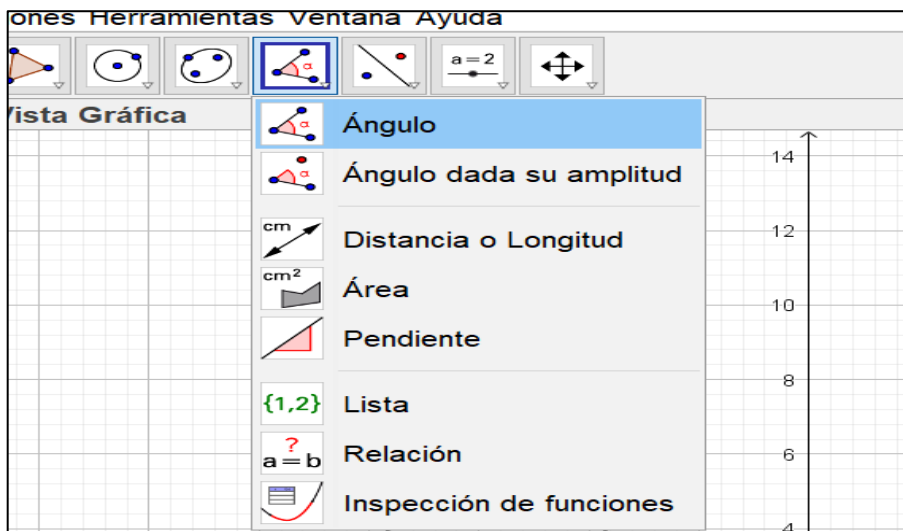


Figura 78. Herramienta Ángulo

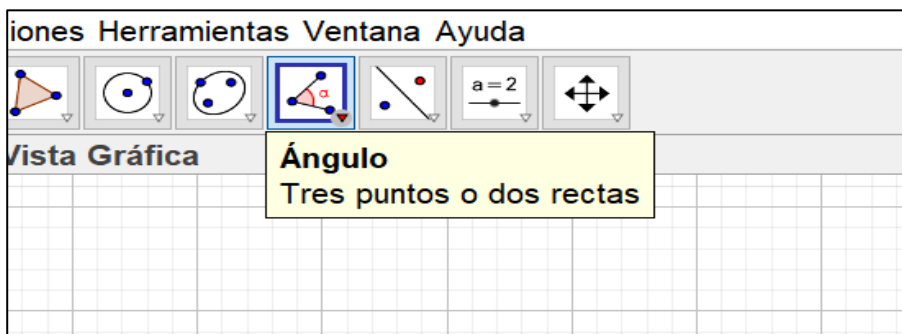


Figura 79. Mensaje al pasar por el icono seleccionado

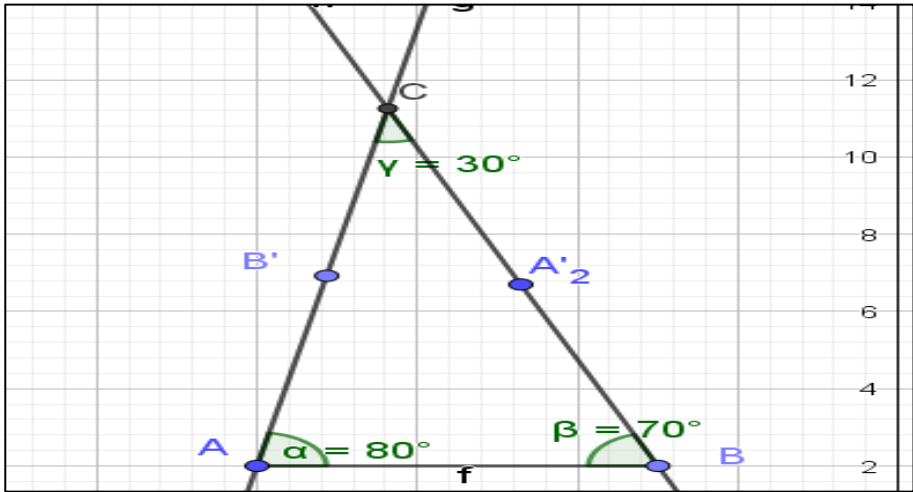


Figura 80. Medida del tercer ángulo

Paso 4: Ahora iremos al quinto icono de la **Barra de herramientas** y seleccionaremos **Polígono** (ver figura 81), al pasar el mouse por el icono seleccionado nos dará el **mensaje de ayuda** que dice “selecciona todos los vértices, luego el primero nuevamente” (ver figura 82).

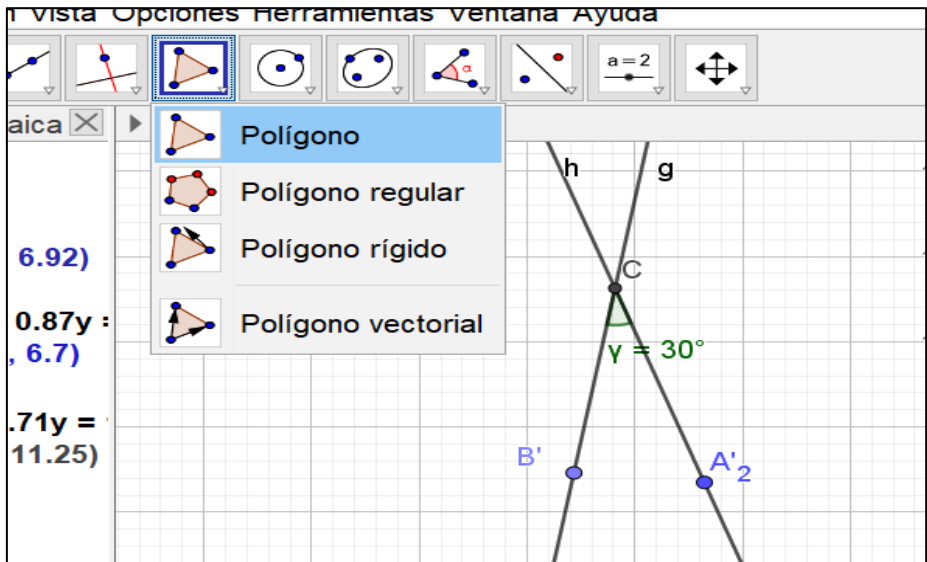


Figura 81. Herramienta Polígono

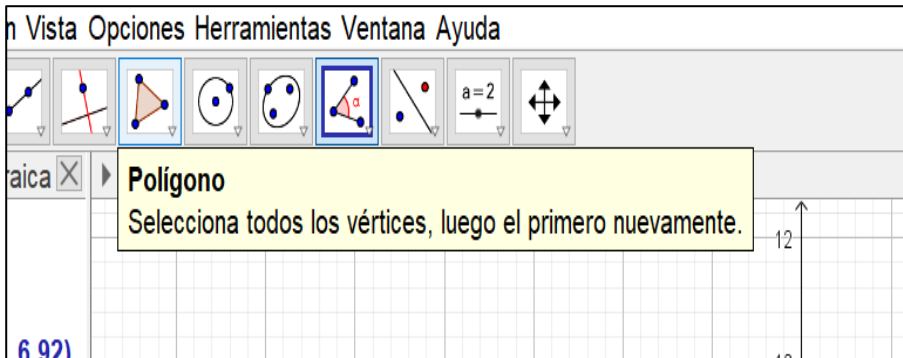


Figura 82. Mensaje de la herramienta Polígono

- Haciendo lo que nos dice el mensaje de ayuda tenemos un polígono de lados a , b y c (ver figura 83). Ocultamos los puntos y líneas y nos quedamos con el **polígono**, sus **lados** y sus **ángulos**. Para que se visualicen los lados hacemos **click derecho** sobre ellos y vamos a **Propiedades del objeto** y damos **Nombre y valor** a cada uno de los lados (ver figura 84).

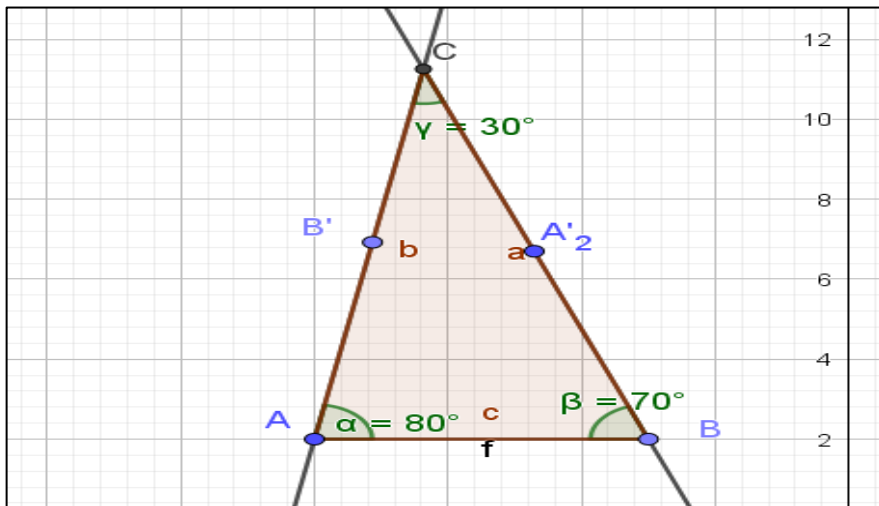


Figura 83. Polígono de lados a , b y c

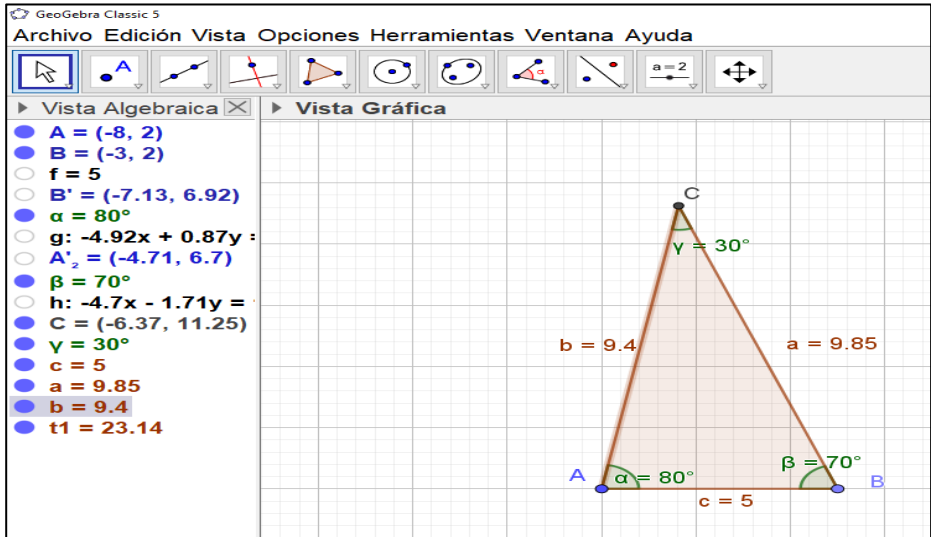


Figura 84. Triángulo solicitado en el ejemplo 3

VECTOR

Para representar un **vector** podemos hacerlo usando la herramienta **Vector** que se encuentra en el tercer icono de la **Barra de herramientas**. Hacemos **click** en el **triángulito** que se encuentra en la parte inferior derecha del icono y nos desplegará una ventana con varias herramientas, seleccionamos la herramienta **Vector** (ver figura 85).

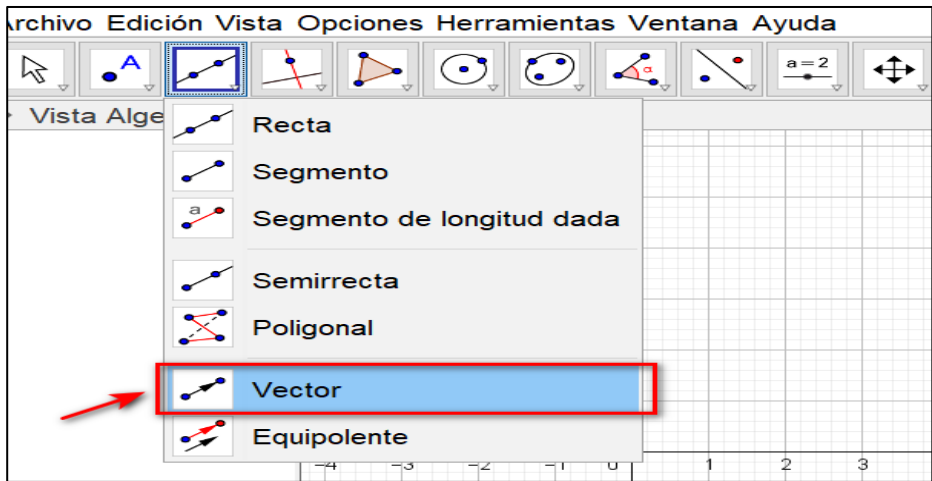


Figura 85. Herramienta Vector

- Al pasar el mouse por la herramienta **Vector** aparecerá un **mensaje de ayuda** que nos dice **“Punto de origen y luego, extremo”** (ver figura 86).

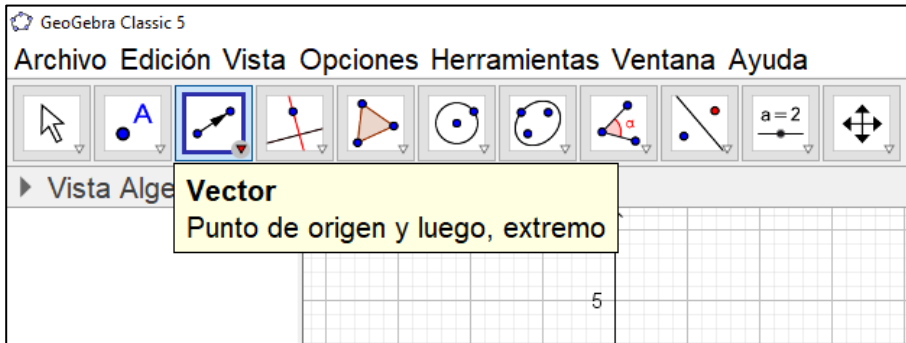


Figura 86. Mensaje de ayuda de la herramienta Vector

- Colocamos el mouse en algún sitio de la **Vista Gráfica** y hacemos **click** para señalar el **origen** y en otro lugar para señalar el **extremo del vector**. Nos aparecerá un vector con el nombre **u** que tiene como **punto inicial A** y como **punto final o extremo al punto B**, al cual podemos darle los atributos deseados (ver figura 87).

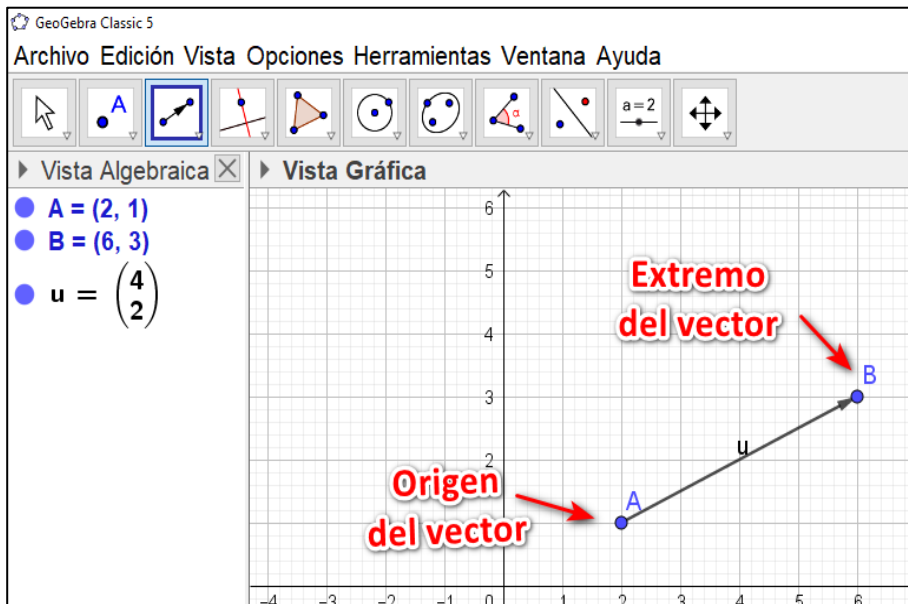


Figura 87. Vector u de Punto inicial A y punto final B

- También podemos ingresar un **vector** por la **Barra de entrada** escribiendo con letras minúsculas, por ejemplo $v(4,2)$ o $v = (4,2)$ (ver figura 88).

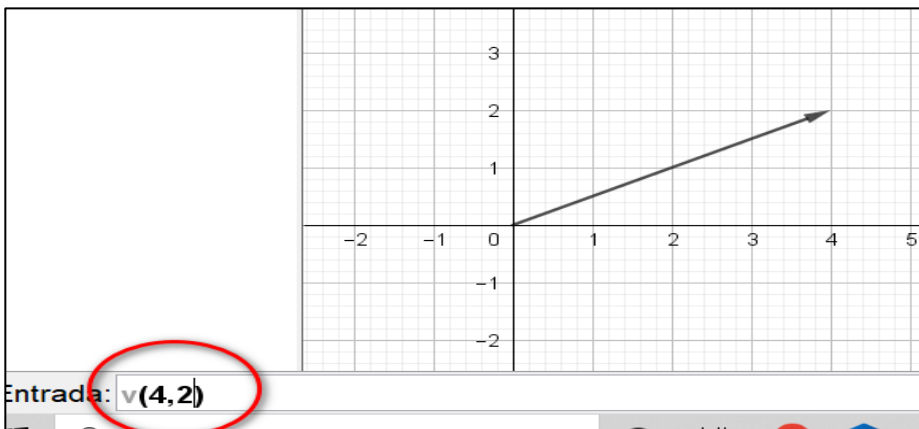


Figura 88. Ingreso de un vector a través de la barra de entrada

- Al hacer **Enter** luego de escribir el **vector v** en la **Barra de entrada** nos parecerá el **vector v** en la **Vista Gráfica** y sus coordenadas en la **Vista Algebraica** (ver figura 89).

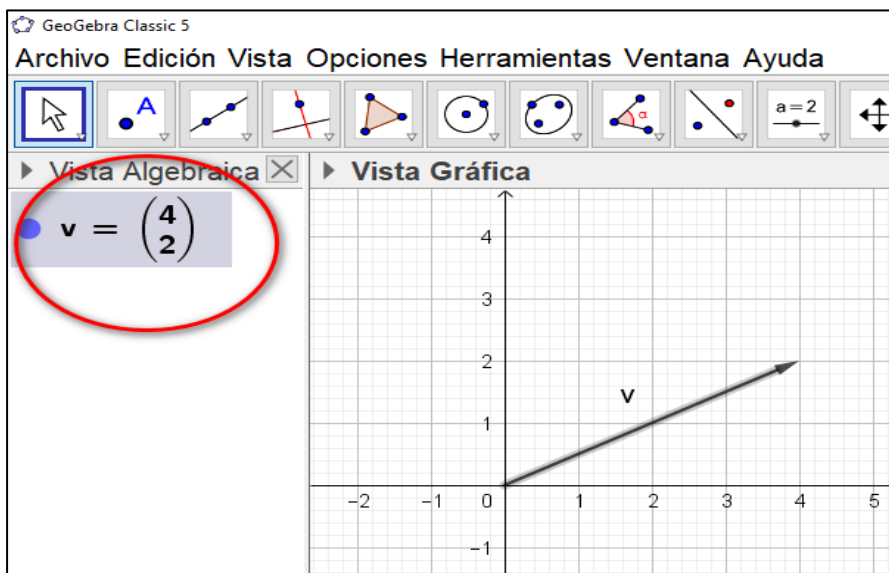


Figura 89. Las coordenadas del vector se visualizan en la Vista Algebraica

- **Otra forma** de ingresar un **vector** es escribir en la **Barra de entrada** las letras iniciales de la **palabra vector**, por ejemplo, escribo “**vec**” y nos aparecerá varios **comandos** que pueden ser utilizados para **ingresar un vector** (ver figura 90).

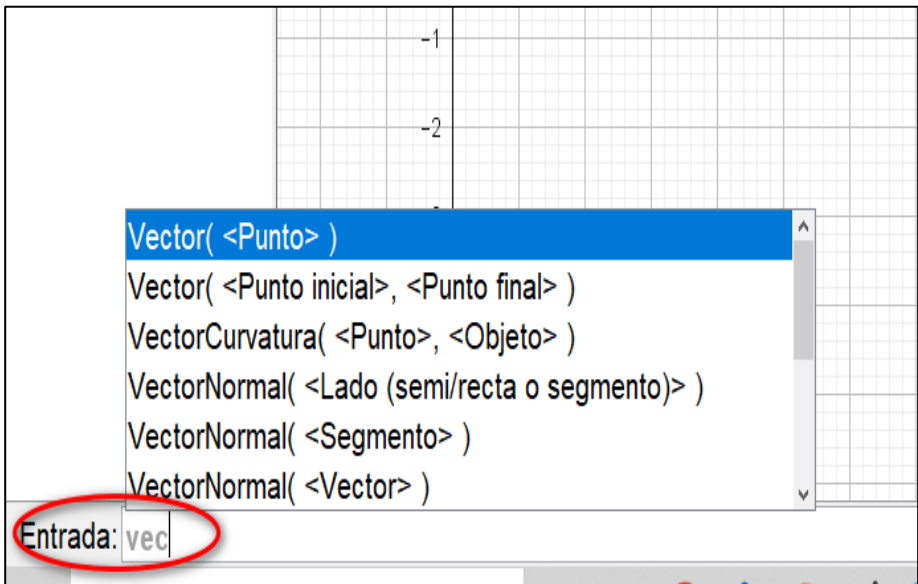


Figura 90. Comandos para construir un vector

EJERCICIOS PROPUESTOS N° 1

1. Construir una recta de color azul que pase por los puntos $P(2\sqrt{2}, 2)$, $Q(6, \sqrt{3})$ y muestre la ecuación de la recta que pasa por esos puntos. Mostrar el valor de su pendiente.
2. Trazar por un punto de la recta $L_1: y = 2x - 3$, una recta L_2 perpendicular que contenga al punto $R(3,7)$. Mostrar la ecuación de L_2 y las coordenadas del punto de intersección de las rectas.
3. Trazar una recta paralela que se encuentre a 5 unidades de la recta $2x + 3y = 2$.
4. Hallar geoméricamente el vector resultante de sumar los vectores: $\vec{a} = (3\sqrt{3}, 4)$, \vec{b} de punto inicial en $(1,7, 2)$ y punto final $(\sqrt{3}, -6)$ y el vector \vec{c} de magnitud 3 unidades y que forma 45° con la horizontal.
5. Construir un triángulo donde uno de sus lados mide 6 unidades y dos de sus ángulos internos miden 80° y 60° . Hallar su área y el valor de sus lados. Comprobar el valor del tercer ángulo.
6. Dibujar un pentágono regular de longitud 04 unidades. Trazar sus diagonales y hallar el área del polígono que resulta de unir los puntos que se forman al interceptar sus diagonales.
7. En un cuadrilátero en A, B, C y D construir otro cuadrilátero que tiene como vértices los puntos medios de este cuadrilátero y hallar el área de este nuevo cuadrilátero.
8. Dibujar un triángulo isósceles y determinar:
 - a) **El Incentro** (Intersección de bisectrices interiores)
 - b) **Excentro** de bisectrices exteriores)
 - c) **El Baricentro** (intersección de medianas).
 - d) **El Circuncentro** (intersección de mediatrices– perpendicular por el punto medio).
 - e) **El Ortocentro** (intersección de alturas – altura del vértice al lado opuesto).
 - f) Determinar la **Recta de Euler**.
9. Se tiene un tanque ubicado a 1.5m del suelo con una magnitud de 1m de largo de cañón. Se desea destruir 3 torres:

La Torre A ubicada al Nor Este a una distancia a la base de 15m y altura 18m.

La Torre B al Nor Oeste a 15 m de distancia a la base y a 126.1° de dirección del cañón.

La Torre C a una altura de 15m Nor Este y 54.1° de inclinación del cañón.

- a) Hallar el ángulo (dirección) que debe girar el cañón para destruir la torre A.
 - b) Cuál es la altura de la torre B.
 - c) Cuál es la distancia a la base de la Torre C.
- 10.** Un avión para poder aterrizar debe hacer un ángulo de 28.1° y a una distancia del avión al punto de contacto de 3km, la pista de aterrizaje mide 8km, el punto de contacto debe ser siempre a la mitad de la pista.
- a) Cuál es la proporción de la pista que el avión avanza desde que empieza a descender hasta el punto de contacto si viene de Este a Oeste.
 - b) Cuál es el ángulo que debe tener para empezar a descender el avión y cuál es la distancia del avión al punto de contacto para que el avión haya recorrido $\frac{1}{4}$ de la pista antes de hacer contacto, si viene de Oeste a Este.
- 11.** Dibujar una circunferencia que tiene como diámetro el segmento que une dos puntos dados previamente dibujados.
- 12.** Dibujar la mediatriz de la cuerda común a dos circunferencias secantes.
- 13.** Dibujar un triángulo equilátero a partir del segmento correspondiente al lado y hallar el área del triángulo.
- 14.** Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia de centro en (1,3) y radio 2, trazadas desde el punto P(6,2) y medir el ángulo que forman estas tangentes.
- 15.** Construir un triángulo de lados 9, 8 y 7 cm. y dibujar una circunferencia inscrita. Hallar el área del triángulo menos el área del círculo.

DESILIZADORES

La herramienta **Deslizador** se encuentra ubicada en el décimo icono de la **Barra de herramienta** que al dar **click** en el triangulito inferior derecho de color rojo se despliega las herramientas que contiene este icono (ver figura 91), luego al dar **click** en **Deslizador** y pasar el mouse sobre el icono nos sale un **mensaje de ayuda** que dice “**selecciona ubicación**”, luego hacemos **click** en algún lugar de la **Vista Gráfica** y nos sale una ventana donde nos pide configurar el deslizador (ver figura 92).

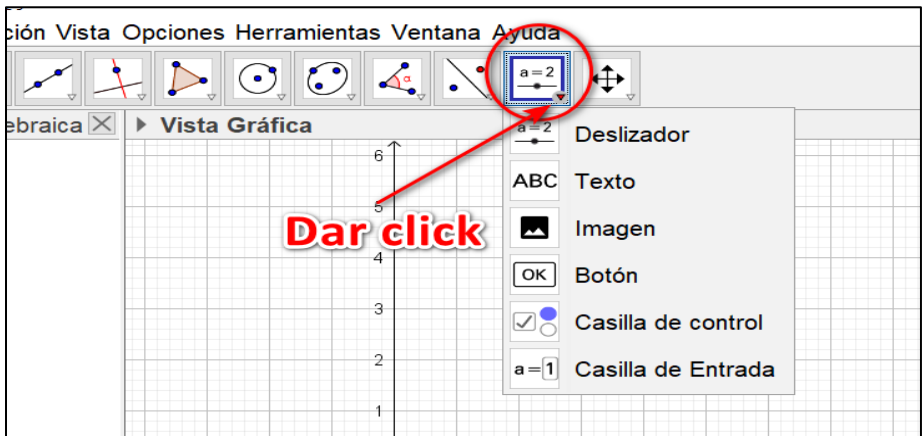


Figura 91. Herramienta Deslizador

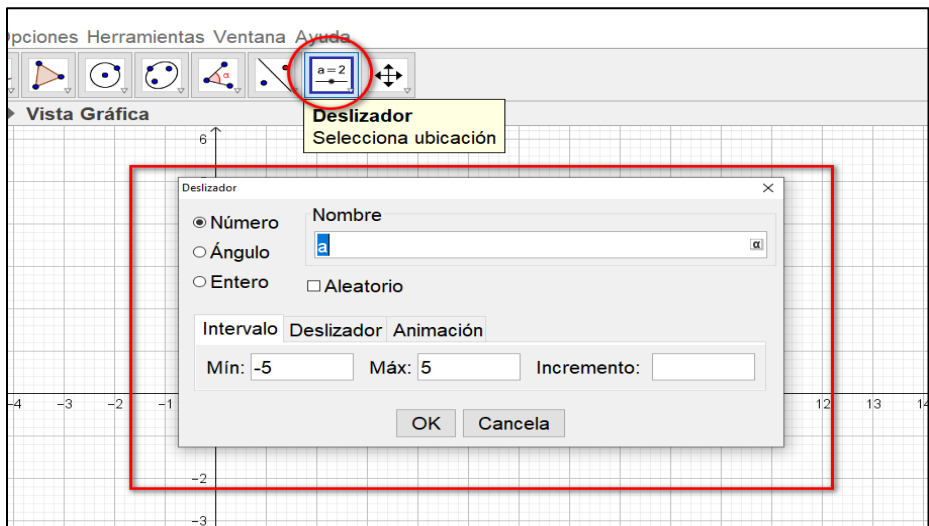


Figura 92. Ventada para configurar el Deslizador

- En la ventana de configuración del **Deslizador** le damos un nombre, en este caso escribimos **m**, seleccionamos **Número**, su **mínimo valor** colocamos **cero** su **máximo valor** que sea **veinte** y se vaya **incrementando** de **0.1** en **0.1**, luego **OK** (ver figura 93).

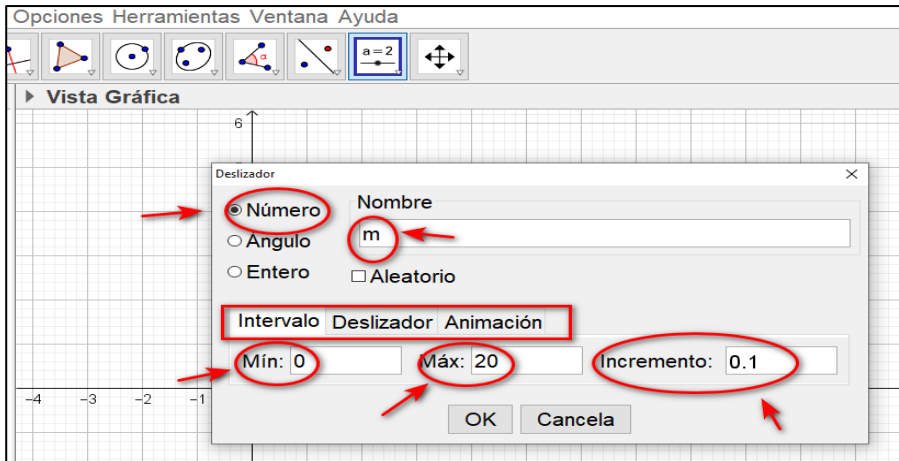


Figura 93. Configuramos el Deslizador

- Al dar **OK** aparece el **Deslizador** que al desplazarlo con el mouse podremos observar que recorre desde el **mínimo valor** al **máximo valor** incrementándose en **0.1**. Luego podemos hacer **click derecho** sobre el **deslizador** y como en los ejemplos anteriores podemos dar propiedades cambiándole de color, tamaño, grosor, posición, etc. Esto lo hacemos usando las configuraciones que se tiene dentro de **Básico**, **Deslizador**, **Color**, **Posición**, **Algebra** y **Avanzado** (ver figura94).

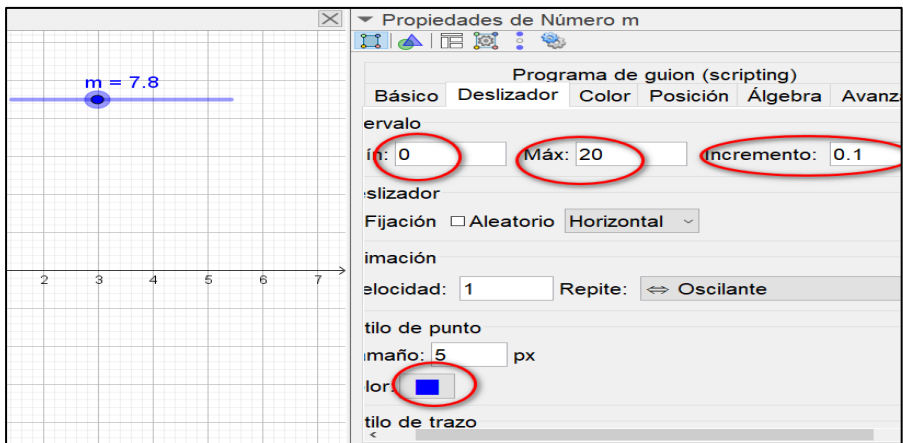


Figura 94. Ventana para dar propiedades al Deslizador

- Observe que si a la hora que configuramos el **Deslizador** le damos **click** en **Ángulo** **entonces** los datos debemos darlos en grados y puedo usar letras griegas para nominarlos haciendo **click** en la alfita " α " del costado derecho de la barra de entrada que dice **Nombre**, allí escogemos " β ". Se colocó como **valor mínimo 0°** grados y como **valor máximo 360°**, con un **incremento de 5°** (ver figura 95). También puedo configurarlo como **Entero** y llenar los datos correspondientes.

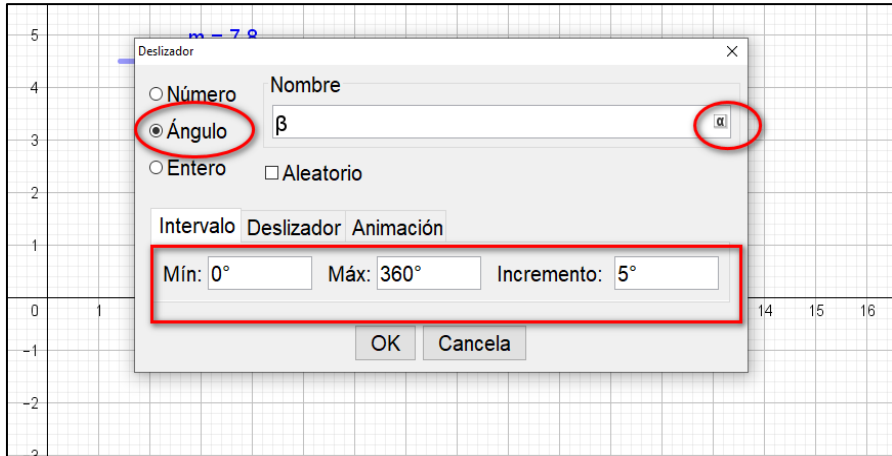


Figura 95. Configuramos el Deslizador para Ángulo

- Puedo dar **click derecho sobre el deslizador** y darle atributos o propiedades, hacerlo más pequeño, más delgado, cambiar de color, cambiarlo a forma vertical, etc. Es decir, puedo darle los atributos que me sean convenientes. (ver figura 96).

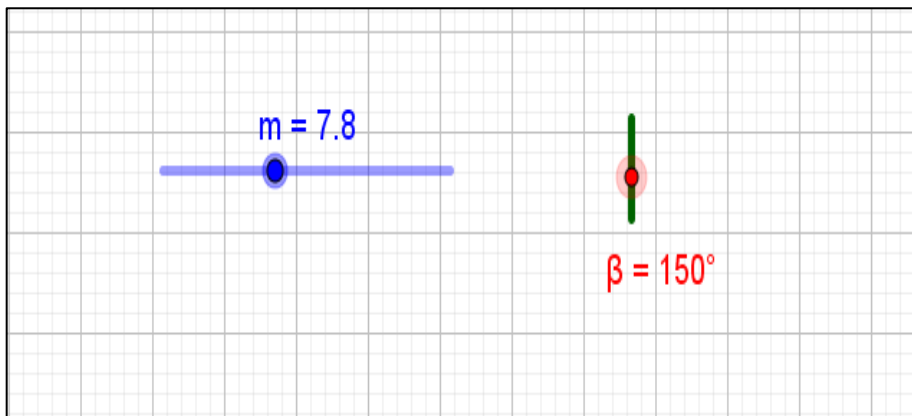


Figura 96. Deslizador en forma de ángulo y vertical

- El **Deslizador** solo no tiene efecto alguno, para eso tenemos que entrelazarlos con algunos comandos o herramientas para que nos dé el dinamismo deseado. Por ejemplo, creamos un **Deslizador** de **nombre L**, configuramos como **valor mínimo 3**, como **valor máximo 20** y se **incremente de uno en uno**, luego **OK** (ver figura 97).

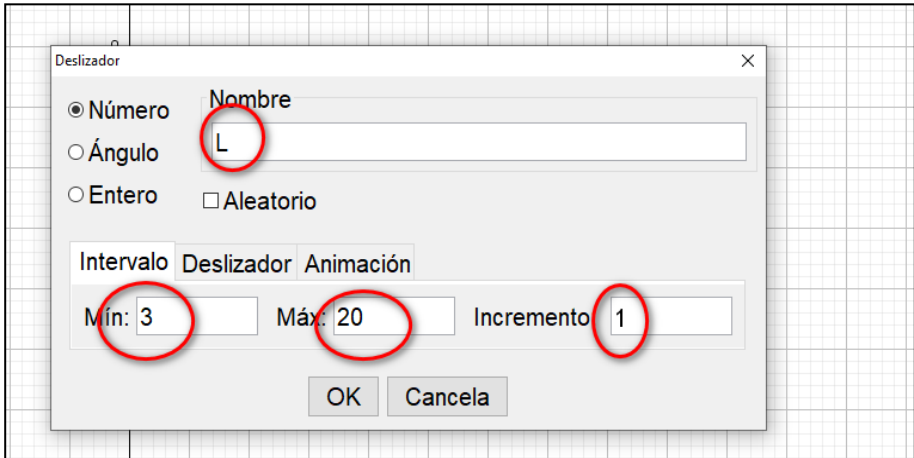


Figura 97. Ventana para configurar el Deslizador L

- Luego le damos **click derecho** sobre el **Deslizador** y le damos atributos como **color azul** y en **Estilo de trazo** le damos **ancho 50** (ver figura 98).

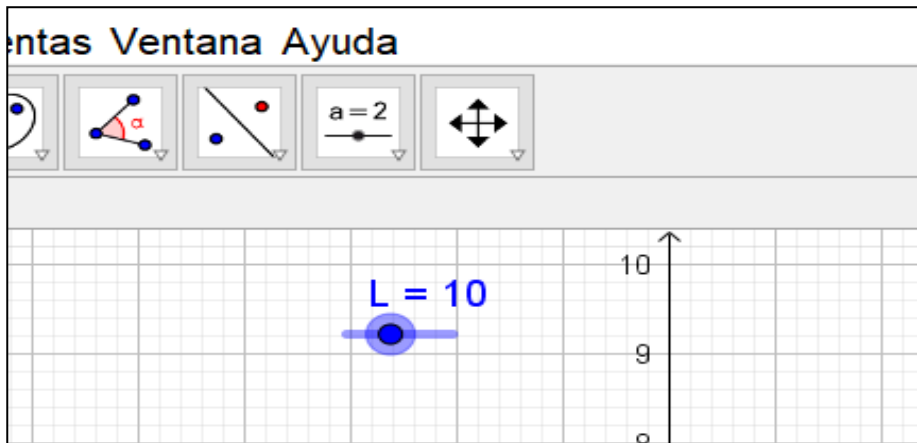


Figura 98. Deslizador L con algunos atributos

- Para crear **polígonos** de **n vértices** determinados por el **Deslizador**, hacemos **click** en el quinto icono de la **Barra de herramientas** y elegimos **Polígono regular**. Al pasar el mouse sobre el icono nos aparece el **mensaje de ayuda** (ver figura 99).

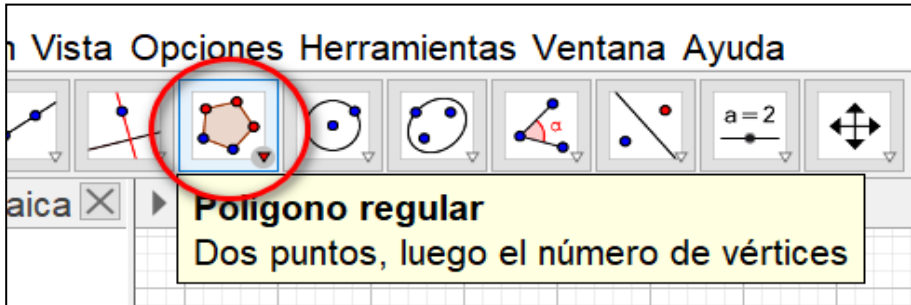


Figura 99. Mensaje de ayuda de la herramienta Polígono Regular

- Al dar **click** en alguna parte de la **Vista Gráfica** nos ubica un **punto**, en este caso **A**. Luego le damos alguna dimensión, hacemos **click** y nos ubica el **punto B**. Inmediatamente después nos pide el número de **vértices** y colocamos el nombre del **Deslizador**, en este caso **L** (ver figura 100), damos **OK** e inmediatamente crea un Polígono regular con el número de vértices que indica el **Deslizador**. Podemos variar el número de vértices arrastrado el deslizador a la derecha o a la izquierda, según el número de vértices que deseemos (ver figura 101).

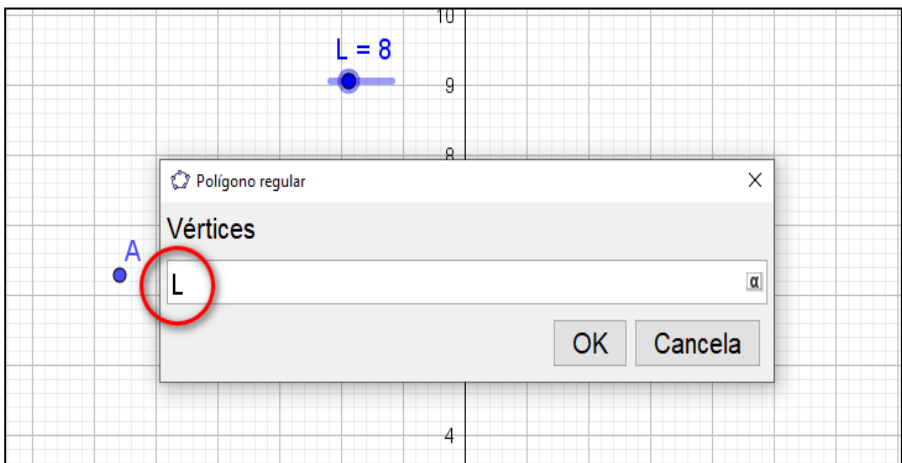


Figura 100. Ventana del Polígono regular donde nos pide el número de vértices

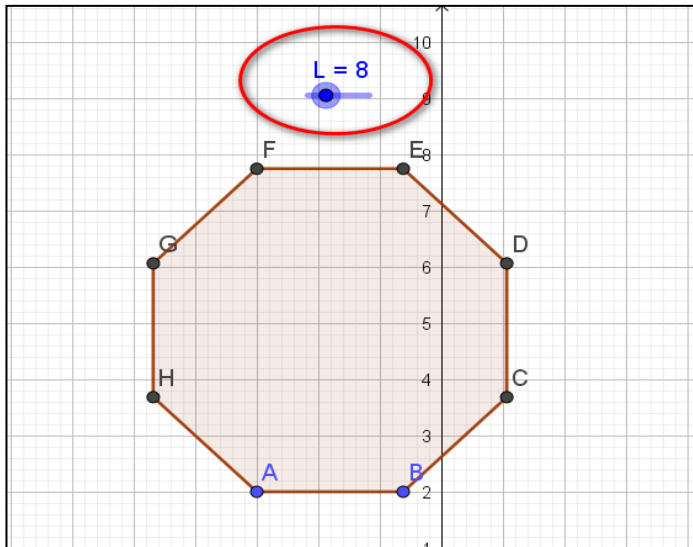


Figura 101. Polígono Regular de 8 lados relacionado al deslizador L

- Damos propiedades o atributos haciendo **click derecho** sobre el **Polígono**, por ejemplo, cambiando de **color** o **nombre**. Podemos darle **Nombre y valor** para que indique el **área del Polígono**, **opacidad** y otras propiedades del objeto que sean convenientes (ver figura 102).

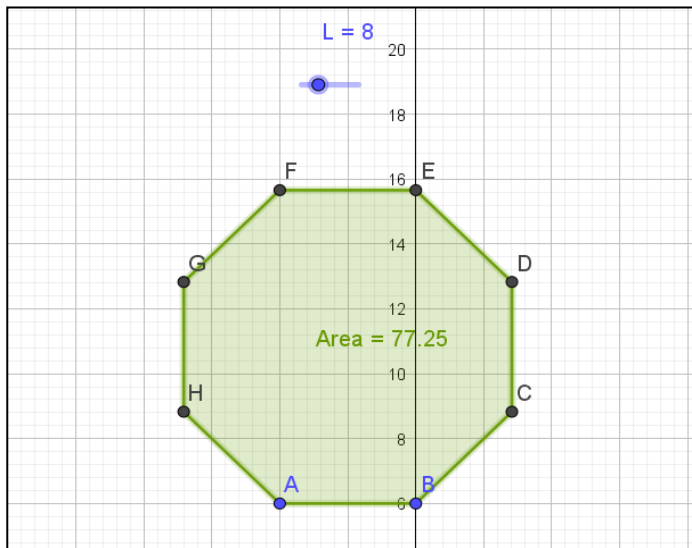


Figura 102. Polígono Regular indicando el área

Ejemplo 1: Crear un **Deslizador** para desplegar un ángulo según la medida deseada. Darle **color azul**, ancho 80 y que pueda observarse el **área del sector circular** que se forma al desplegar el deslizador.

Paso 1: Creamos un deslizador y lo configuramos de **nombre "α"**. Hacemos **click en Ángulo**, **mínimo 0°, máximo 360°, incremento de 1°** y luego damos **OK** (ver figura 103).

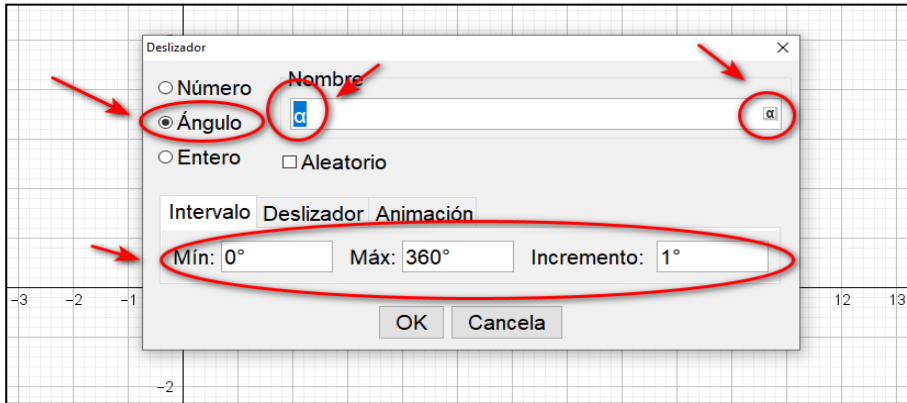


Figura 103. Configuramos el Deslizador "α"

➤ Hacemos **click derecho** sobre el **Deslizador** y le damos las propiedades de **color azul** y en **Estilo de trazo**, **Ancho 80** (ver figura 104).

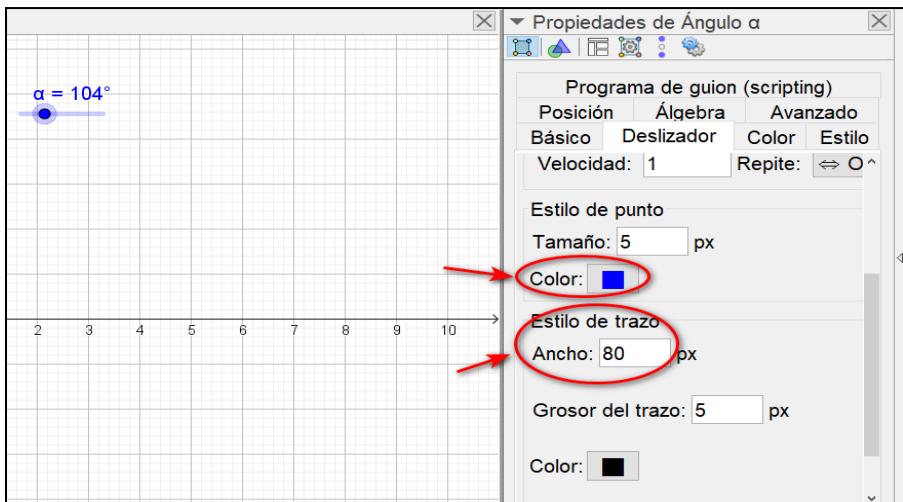


Figura 104. Damos atributos o Propiedades al deslizador de color y ancho

Paso 2: Ahora hacemos **click** en el octavo icono de la **Barra de herramientas** y seleccionamos **Ángulo dada su amplitud** (ver figura 105).

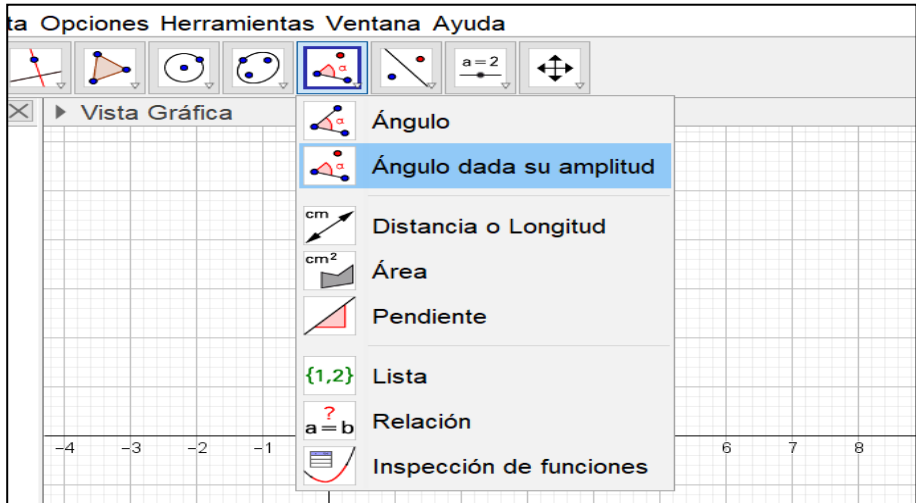


Figura105. Seleccionamos la herramienta **Ángulo dada su amplitud**

- Al pasar el mouse por la herramienta seleccionada aparece el **mensaje de ayuda** que nos dice que hay que **seleccionar un punto lateral**, hacemos **click** en algún lado de la **Vista Gráfica** y aparece el **punto A**. Luego nos pide el **vértice**, hacemos **click** en un punto de la **Vista Gráfica** y nos aparece el **punto B**. Finalmente aparecerá una ventana solicitándonos la medida del **ángulo**, aquí colocamos el nombre del **Deslizador angular "α"** que ya hemos construido (se encuentra al dar **click** en la **alfita** ubicado a la derecha) y damos **click** en **OK** (ver figura 106 – 107).

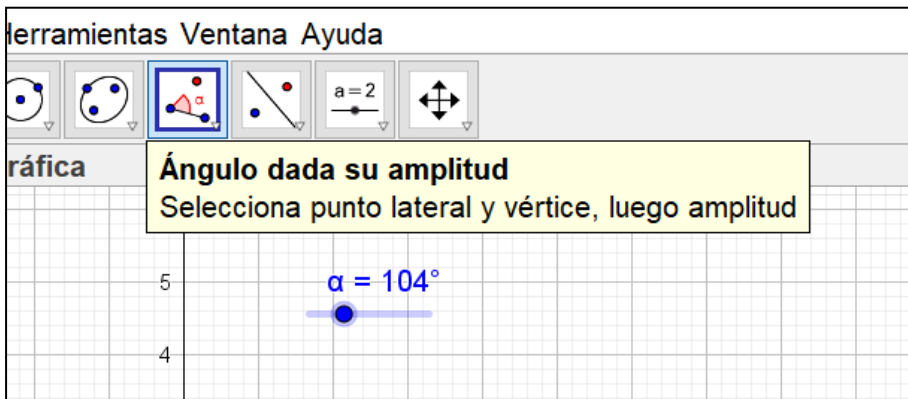


Figura 106. Mensaje de ayuda de la herramienta **Ángulo dada su amplitud**

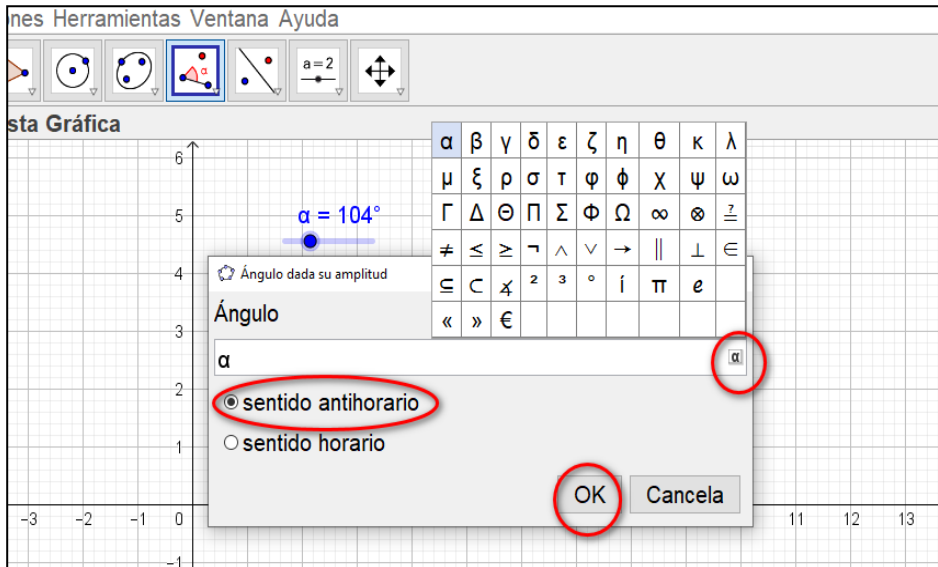


Figura 107. Damos el nombre del deslizador angular “ α ”

Paso 3: luego que nos aparece el **punto A, B, A'** y el **ángulo “ α ”** vinculado al **Deslizador** (ver figura 108), uniremos los puntos **B** con **A** y **B** con **A'**.

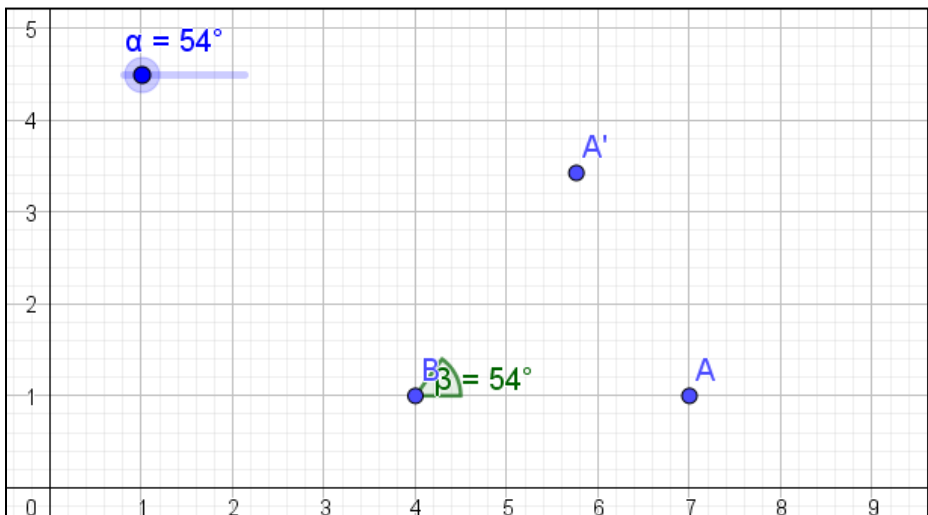


Figura 108. Angulo de medida igual al deslizador

- Para hacer la unión indicada anteriormente hacemos **click** en el tercer icono de la **Barra de herramientas** y seleccionamos la herramienta **Vector**. Al pasar el mouse sobre el icono nos sale un **mensaje de ayuda** que nos dice que seleccionemos **Punto de origen y luego, extremo** (ver figura 109 – 110).

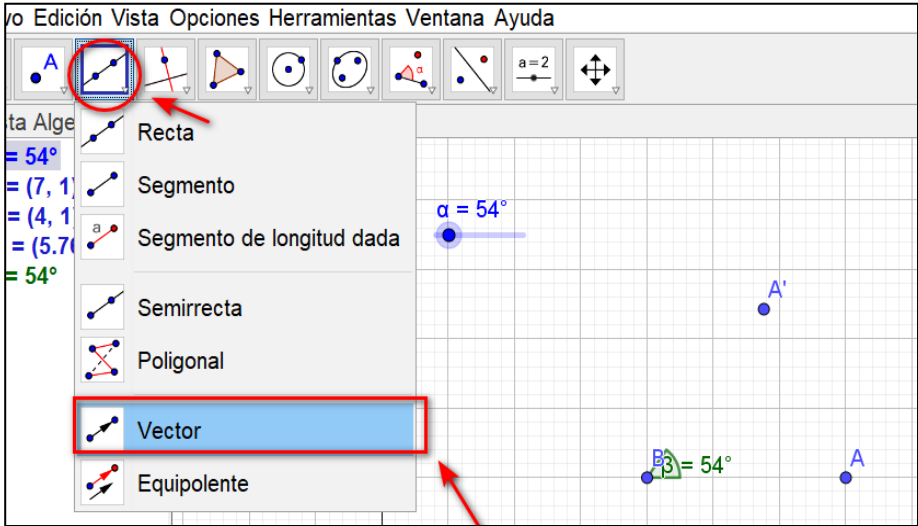


Figura 109. Herramienta Vector

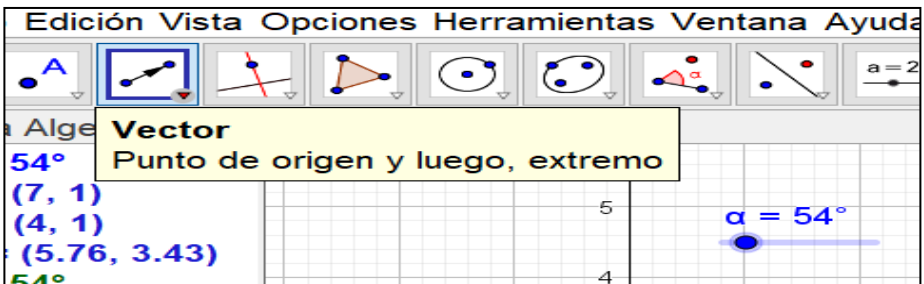


Figura 110. Mensaje de ayuda de la herramienta Vector

- Hacemos lo indicado por el **mensaje de ayuda** tomando como **Punto de origen** al **Punto B** y como extremo en el primer caso al **Punto A**. Luego tomamos como vértice al **Punto B** y como extremo al **Punto A'**. Nos parecerá el vector "u" y "v", respectivamente (ver figura 111).

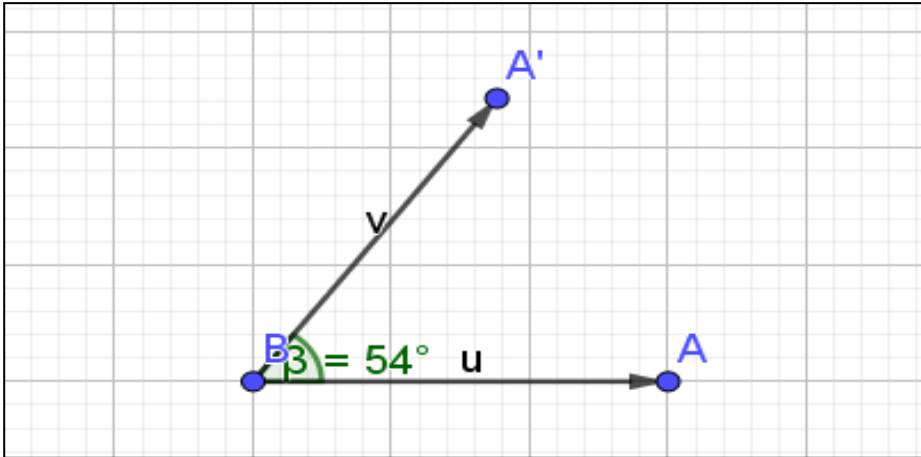


Figura 111. Ángulo formado por los vectores "u" y "v"

- Podemos mover el **Deslizador** y al ángulo se desplazará al valor del **Deslizador** (ver figura 112). Observe que el deslizador se llama " α " y el ángulo indica " β ", sin embargo, están entrelazados, no olvidar que nosotros ingresamos " α ".

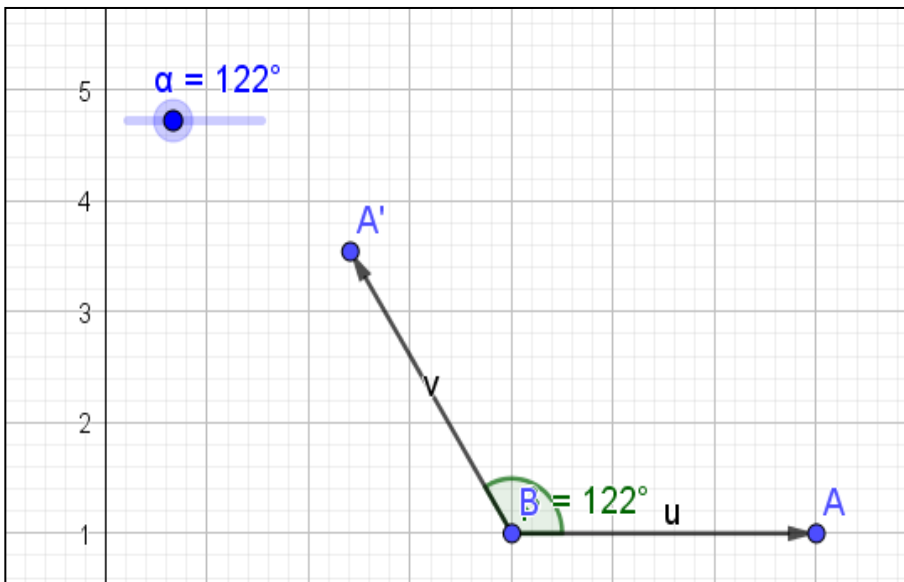


Figura 112. El deslizador indica el valor del ángulo

Paso 4: En el sexto icono de la **Barra de herramientas** seleccionamos la herramienta **Sector circular** (ver figura 113). Luego al pasar el mouse por el icono seleccionado nos muestra un **mensaje de ayuda** que nos dice **“Selecciona centro, luego dos puntos”** (ver figura 114). Seleccionamos al **Punto B** como el centro, al **Punto A** y **A'** como lados del **Sector circular** (ver figura 115).

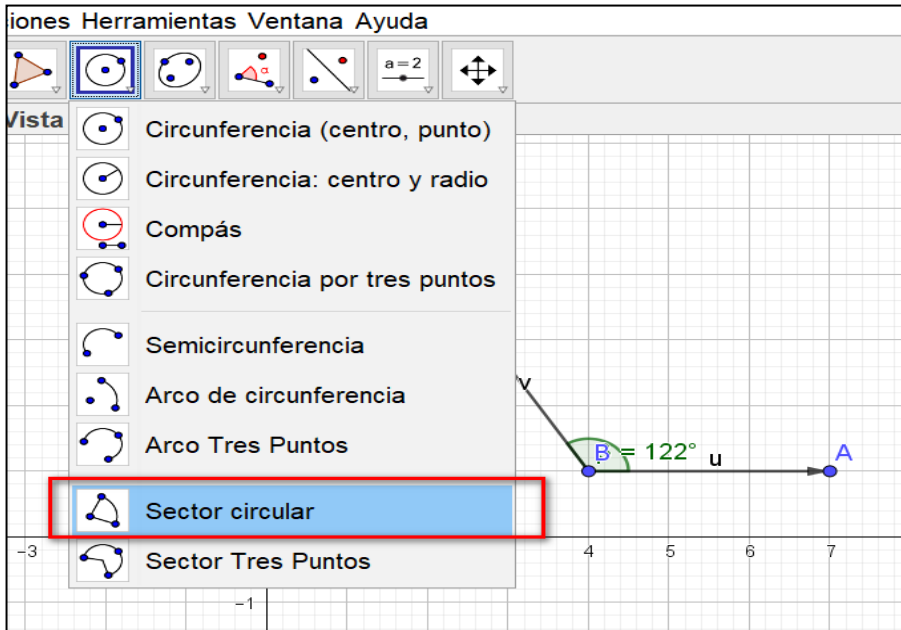


Figura 113. Herramienta Sector circular

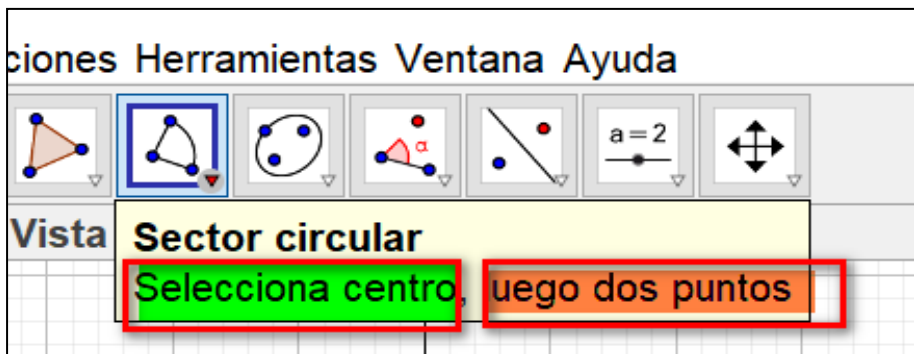


Figura 114. Mensaje de ayuda de la herramienta Sector circular

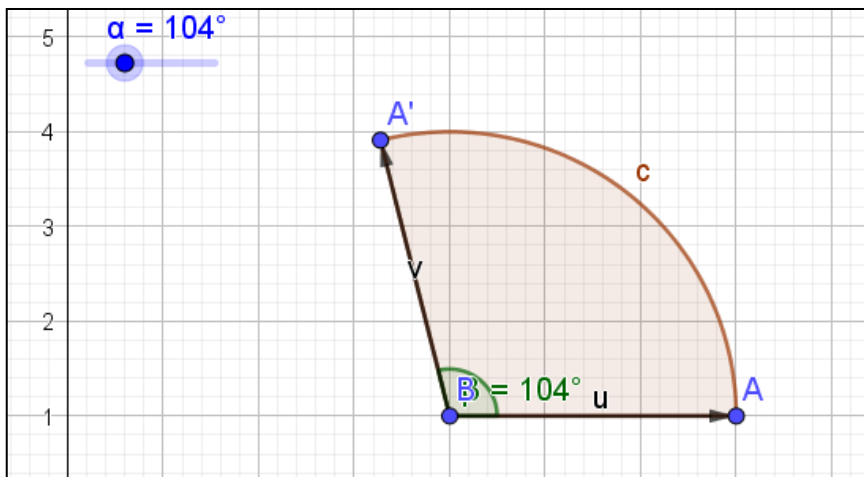


Figura 115. Sector circular determinado por el Deslizador

Paso 5: Para terminar, hacemos **click derecho** y en **Propiedades del objeto** cambiamos a **color celeste**, damos **Nombre y valor** para que muestre el **área del Sector circular** que puede ir variando según como movamos el **Deslizador** (ver figura 116), finalmente cerramos la ventana de **Propiedades** y tendremos lo solicitado.

Figura 116. Gráfica del ejercicio solicitado ligado al deslizador " α "

Ejemplo 2: Crear **Deslizadores** para variar los **valores de las constantes** en la expresión $y = ax^2 + bx + c$ y representar su grafica donde pueda verse la ecuación dentro de un cuadro de color verde. La grafica de la curva debe ser de color azul.

Paso 1: Creamos tres **Deslizadores**, uno para **“a”**, **“b”** y **“c”** y luego configuramos cada uno de los deslizadores (ver figura 117 – 118 - 119).

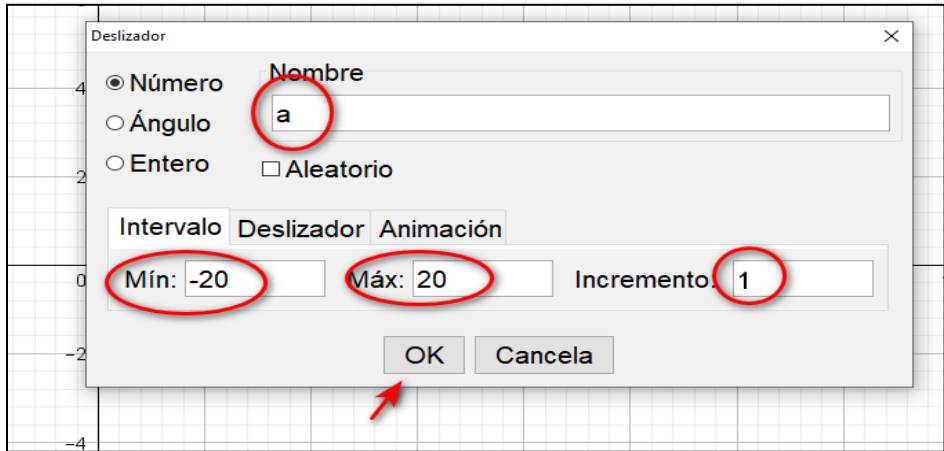


Figura 117. Configuración del Deslizador “a”

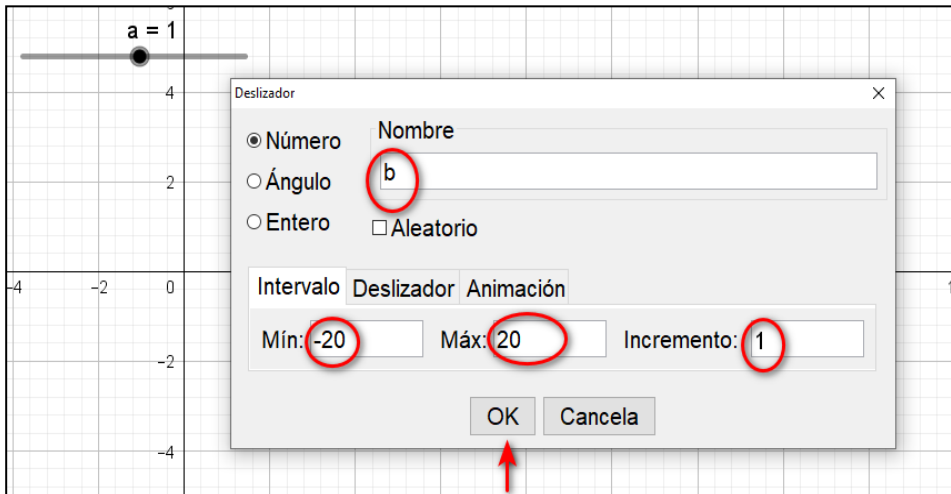


Figura 118. Configuración del Deslizador “b”

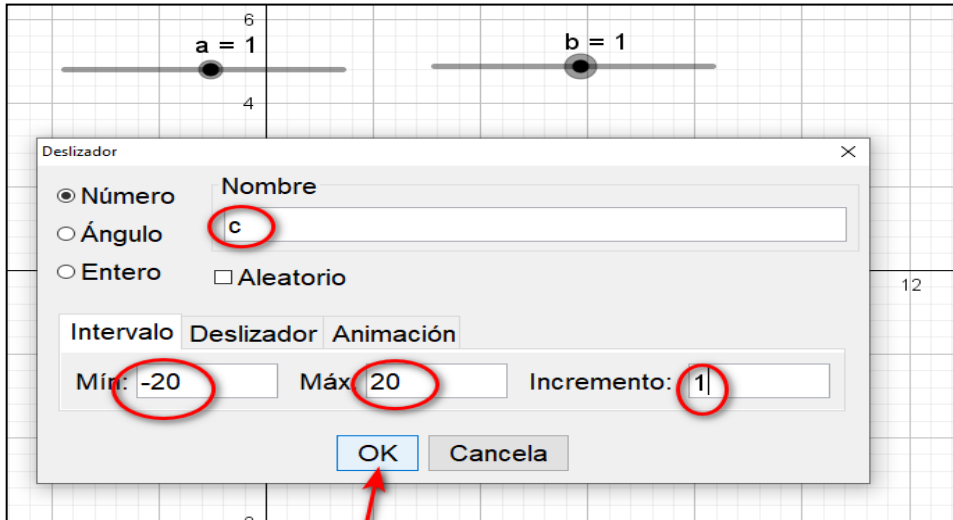


Figura 119. Configuración del Deslizador "c"

- Una vez que hemos creado los deslizadores, podemos darles atributos haciendo **click derecho** sobre el **Deslizador** y en **Propiedades del objeto** cambiamos el tamaño y color (ver figura 120).

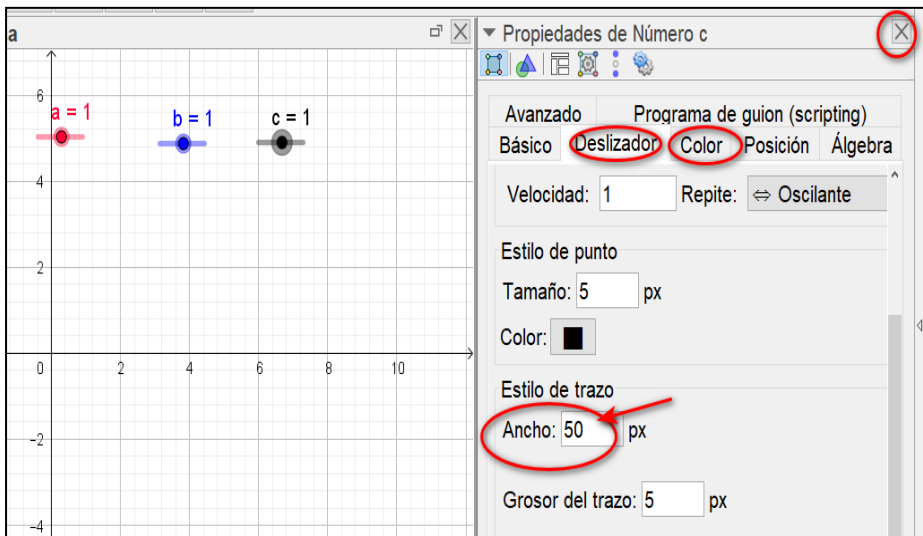


Figura 120. Damos propiedades a cada uno de los deslizadores

Paso 2: Teniendo ya creado los deslizadores, en la **Barra de entrada** ingresamos la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, al colocar las **constantes** que tienen el **mismo nombre del Deslizador** inmediatamente muestra la gráfica con los valores que figuran en los deslizadores (ver figura 121). Finalmente damos **Enter** y aparecerá la ecuación en la **Vista Algebraica** (ver figura 122).

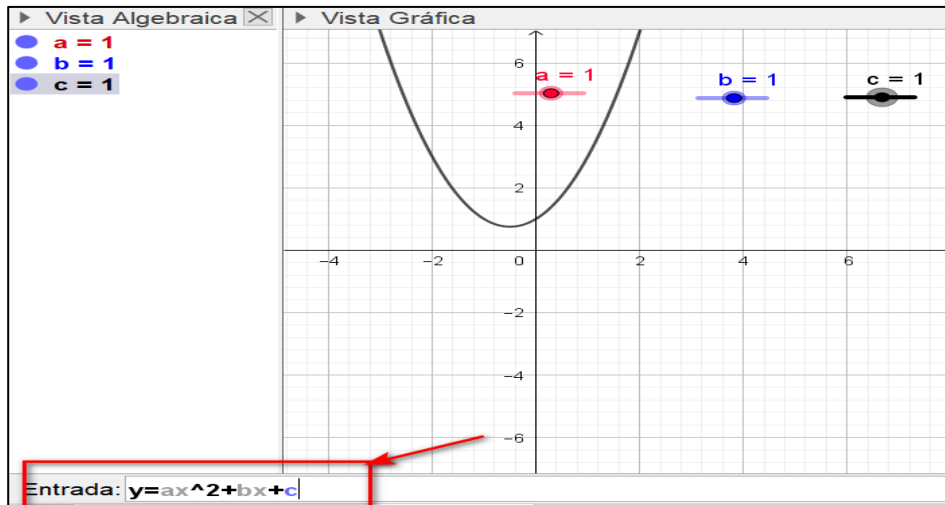


Figura 121. Ingresamos la ecuación por la Barra de Entrada

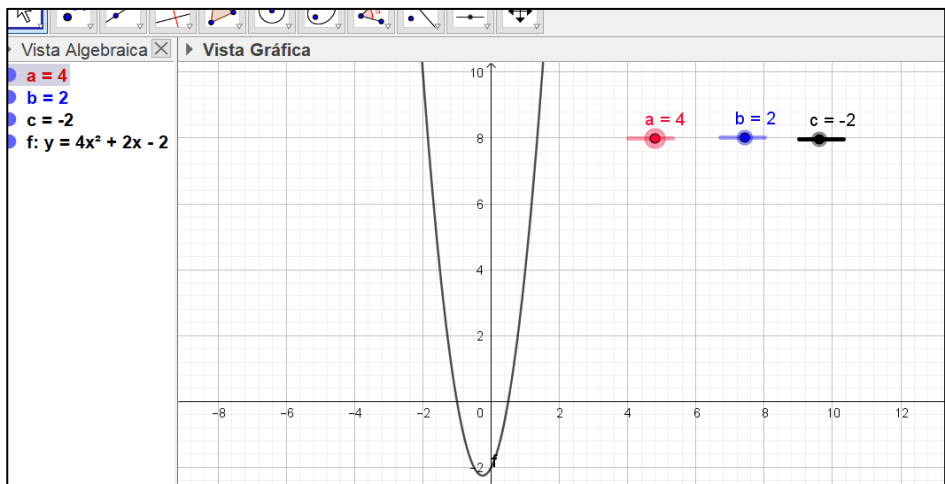


Figura 122. Ecuación cuadrática ligada a los deslizadores

Paso 3: Con el **mouse** arrastramos la ecuación que se encuentra en la **Vista Algebraica** hacia la **Vista Gráfica** donde se encuentra nuestra gráfica, la que se ubicará en el sitio donde dejamos de presionar el mouse (**ver figura 123**).

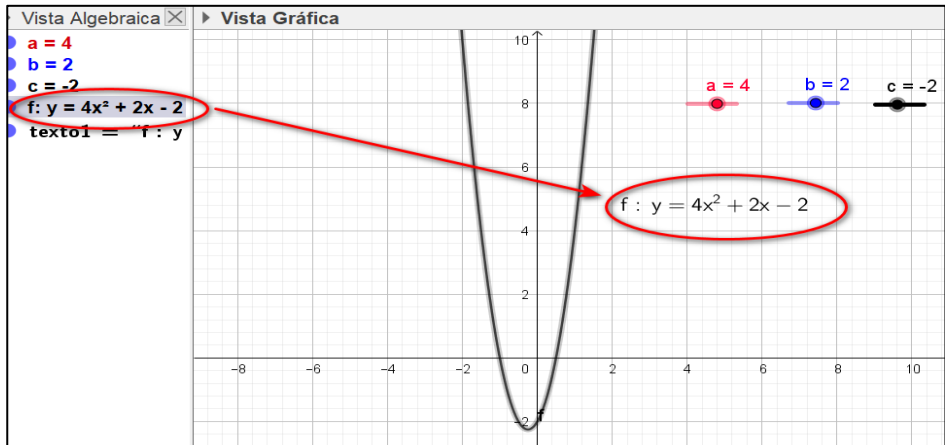


Figura 123. Arrastramos con el mouse la ecuación para que aparezca en la Vista Gráfica

Paso 4: Haciendo **click derecho** sobre la ecuación que se encuentra en la **Vista Gráfica**, saldrá una ventana donde podemos configurar el **color de fondo**, el **tamaño de letra** y otros atributos que creamos necesarios (**ver figura 124 – 125**).

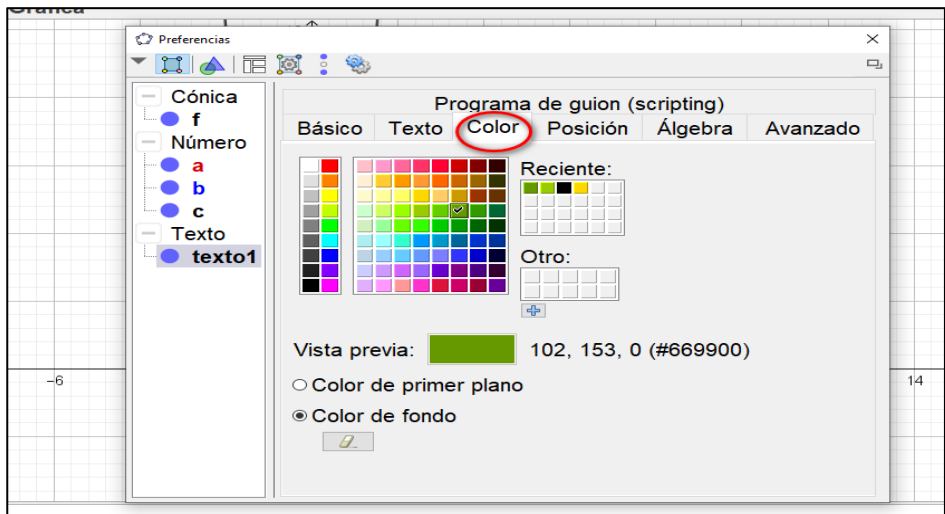


Figura 124. Configuramos el color de fondo del recuadro

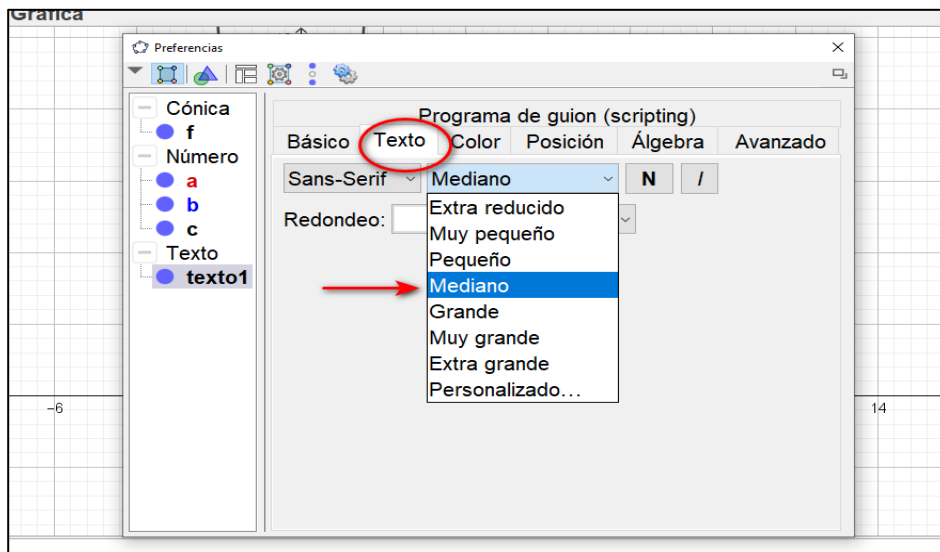


Figura 125. Configuramos el tamaño del texto

- Dando **click derecho** sobre la **curva** configuramos para que se muestre de **color azul** y tenemos el grafico solicitado, donde al mover los deslizadores irán variando los valores de la curva (**ver figura 126**).

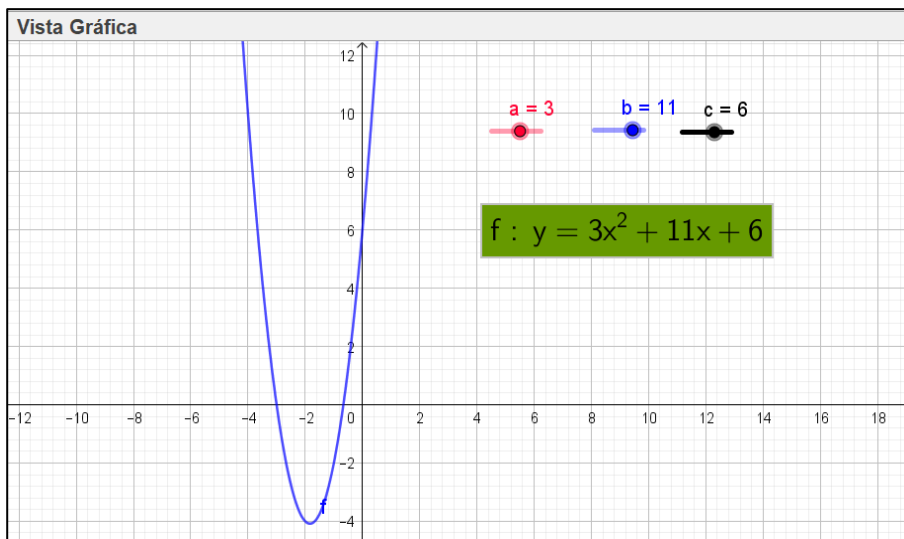


Figura 126. Grafica solicitada en el ejemplo 2

TEXTO

Para ingresar algún **texto** o **fórmula** utilizaremos la herramienta **Texto**, que se encuentra en el décimo icono de la **Barra de herramientas**. Para seleccionarlo damos **click** en **Texto** (ver figura 127). Luego, al colocar el mouse sobre el icono seleccionado nos sale un **mensaje de ayuda** que dice “**selecciona posición o punto existente**” (ver figura 128).

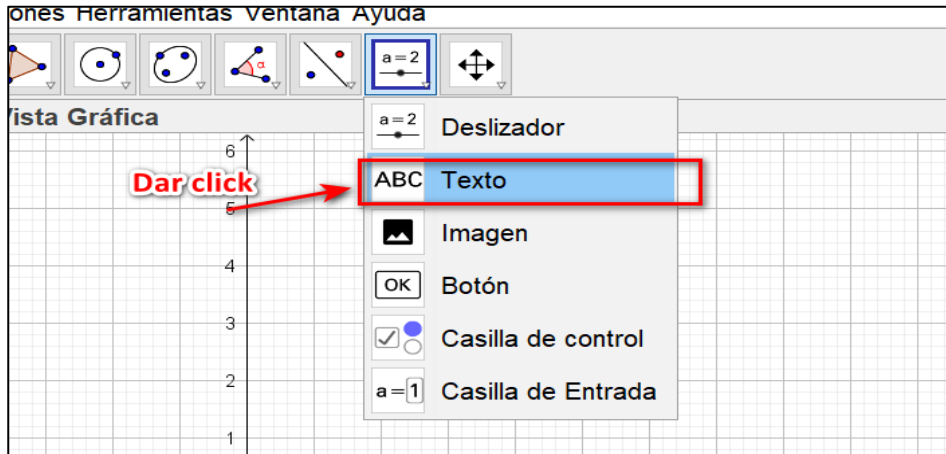


Figura 127. Herramienta Texto

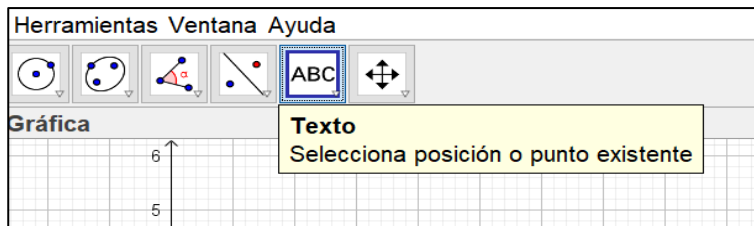


Figura 128. Mensaje de ayuda de la herramienta Texto

- Al hacer **click** en la posición deseada de la **Vista Gráfica** aparecerá una ventana de **Edición**.

Ejemplo 1: Observe que al escribir **ÁNGULOS SUPLEMENATRIOS** aparece en la **Vista previa** dentro de la ventana de **Edición**, luego hacemos **click** en **Ok** (ver figura 129) y tendremos el Texto en la **Vista Gráfica** (ver figura 130). Es importante tener en cuenta que en esta ventana de **Edición** se encuentran sub menús denominados **Fórmula LaTeX**, **Símbolos** y **Objetos** (este último nos permitirá dar **dinamismo al texto**). En cada una de

ellas encontramos símbolos y herramientas que facilitarán la **Edición** del **texto**. (ver figura 131).

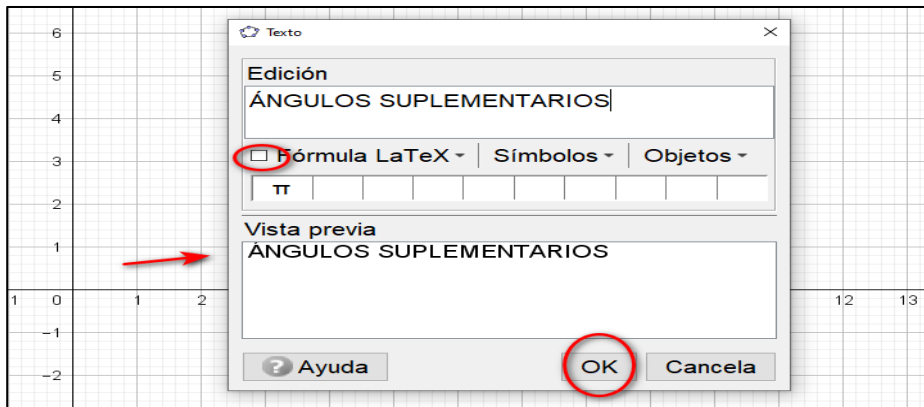


Figura 129. Ventana de Edición de la herramienta Texto

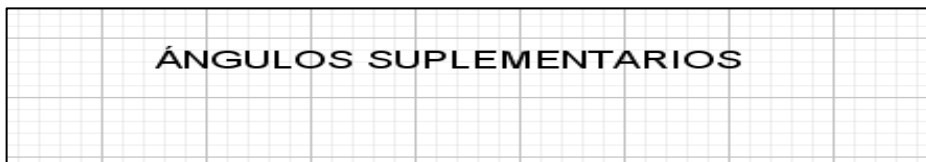


Figura 130. Texto ya representado dentro de la Vista Grafica

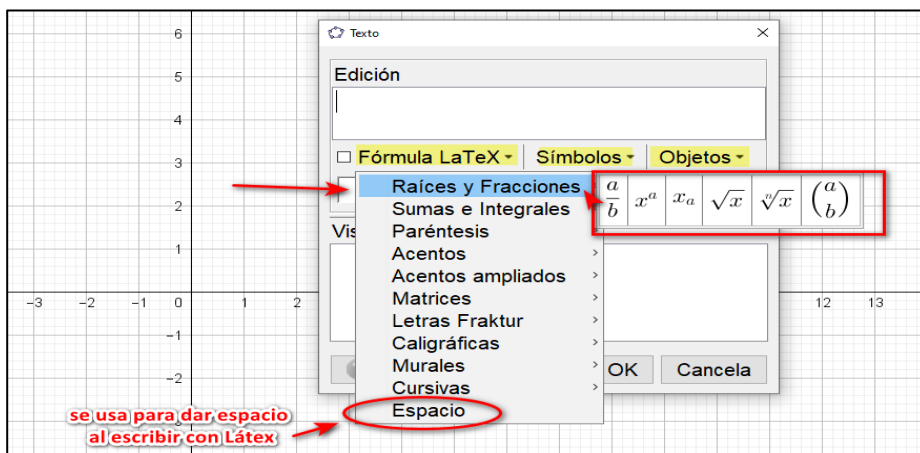


Figura 131. Símbolos y herramientas que se encuentran dentro de Fórmula LaTeX

- Al escribir dando **click** en **Formula LaTeX**, observe que en la **Vista previa** cambia su presentación, es decir, muestra mayor estética. Aquí hay que usar algunos comandos del **LaTeX para separar las palabras**, para lo cual tenemos dos opciones: o colocamos un **slash invertido** seguido de **punto y coma** “ \; ” o hacemos uso del comando **Espacio** que se encuentra dentro de **Fórmula LaTeX** y damos **Ok**. Aparecerá en la **Vista Gráfica** el texto deseado (ver figura 132 – 133). Si queremos darle al texto doble espacio escribiremos “\; \; ”, si queremos tres espacios “\; \; \; ”, y así sucesivamente.

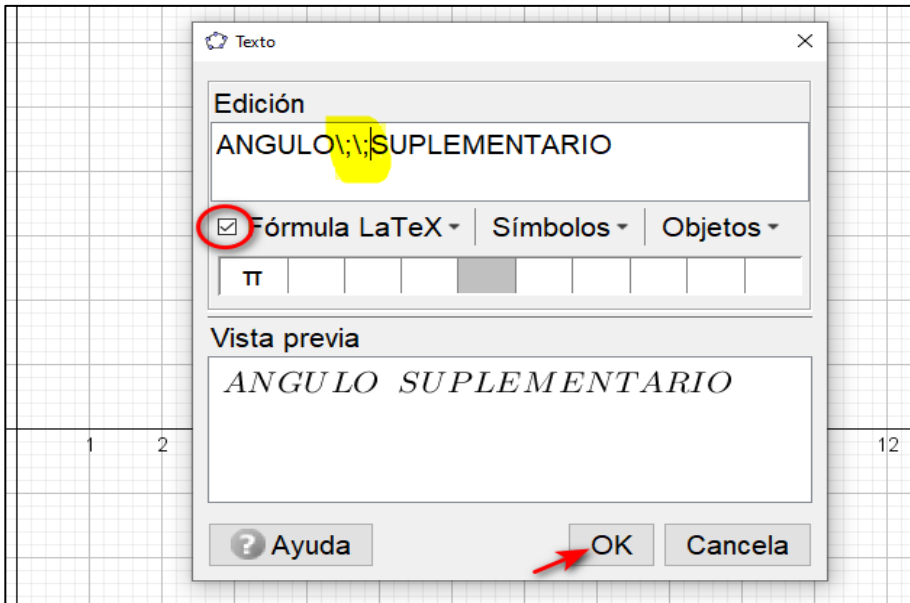


Figura 132. Uso de comandos LaTeX para separar palabras

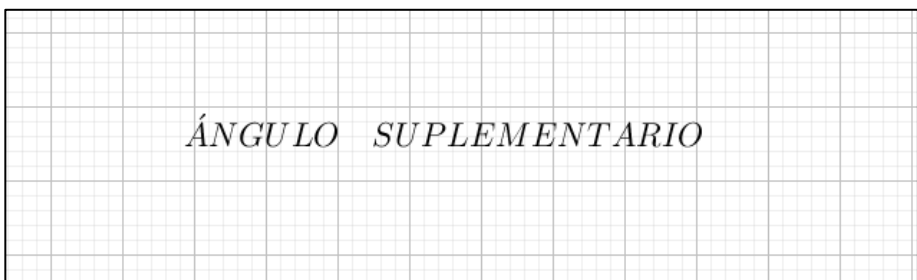


Figura 133. Texto usando Fórmula LaTeX

- Para pasar un **texto** a la siguiente línea colocamos antes del texto **dos slash invertidos “\ ”** (ver figura 134).

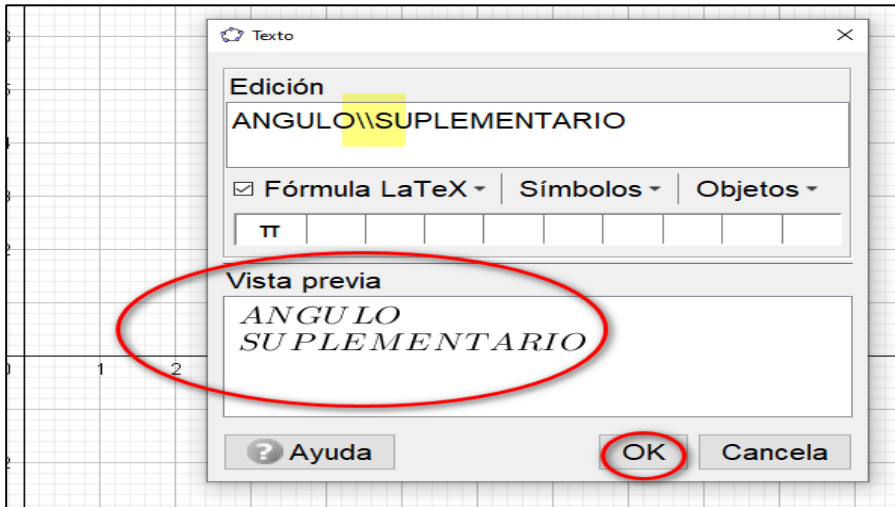


Figura 134. Separación del texto a otra línea usando “\ ”

- Podemos observar la **diferencia** en la **presentación** del texto usando **Formula LaTeX** y sin usar **Fórmula LaTeX** (ver figura 135).



Figura 135. Textos con uso y sin de Fórmula LaTeX

- Al dar **click derecho** sobre el **texto** podemos editarlo, como por ejemplo cambiando el tamaño de la letra, el color en primer plano o color de fondo, colocándolo en negrita, etc. (ver figura 136).

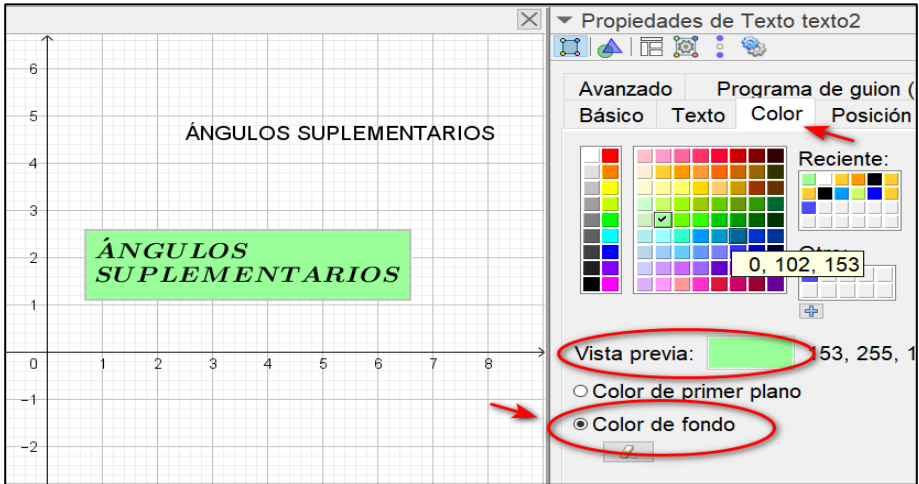


Figura 136. Damos propiedades al texto haciendo click derecho

Ejemplo 2: Deseamos escribir la **fórmula general** para resolver una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Primero hacemos **click** en el icono **Texto** como en el caso anterior, luego hacemos **click** en la **Vista Gráfica** en la posición en la que queremos el texto y nos aparecerá la ventana de **Edición**, allí empezamos a escribir con la opción **Fórmula LaTeX**, es decir, queremos el siguiente resultado: (ver figura 137).

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Figura 137. Fórmula para resolver una ecuación cuadrática

Paso 1: Estando ya en la ventana de **Edición** de Texto y en la opción **Fórmula LaTeX**, escribimos "x =", luego buscamos en **Raíces y Fracciones** para establecer la forma de una fracción y damos **click** (ver figura 138).

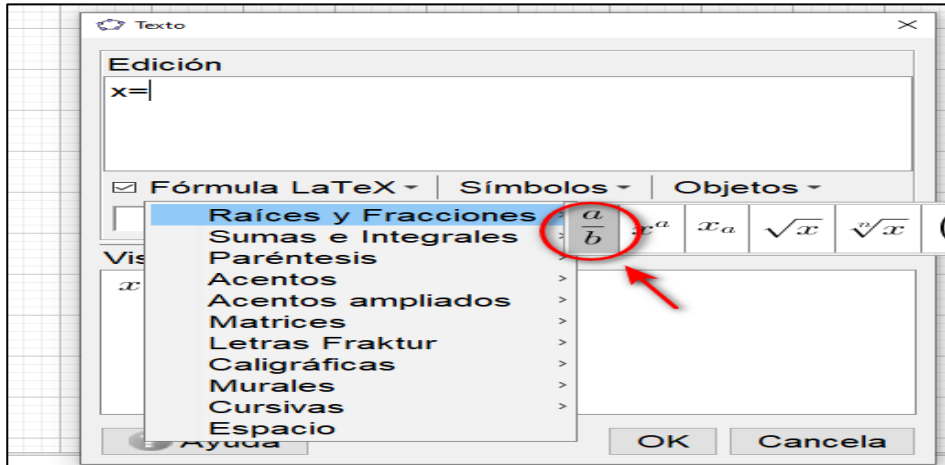


Figura 138. En la opción Fórmula LaTeX escogemos la opción fracción

Paso 2: Luego escribimos "-b" y en la opción **Símbolos** buscamos el "±" y la seleccionamos dando **click** (ver figura 139), buscamos en la opción **Fórmula LaTeX** la raíz cuadrada (ver figura 140 - 141). De esta manera seguimos tipeando nuestra fórmula deseada utilizando las opciones que tenemos allí, las cuales nos facilitarán mucho el tipeo del texto o fórmula deseada (ver figura 142).

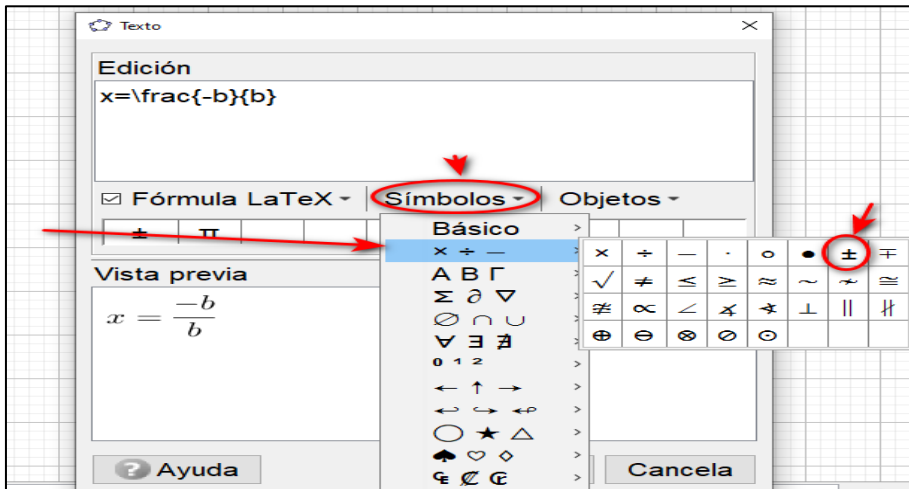


Figura 139. En la opción símbolo seleccionamos el " ± "

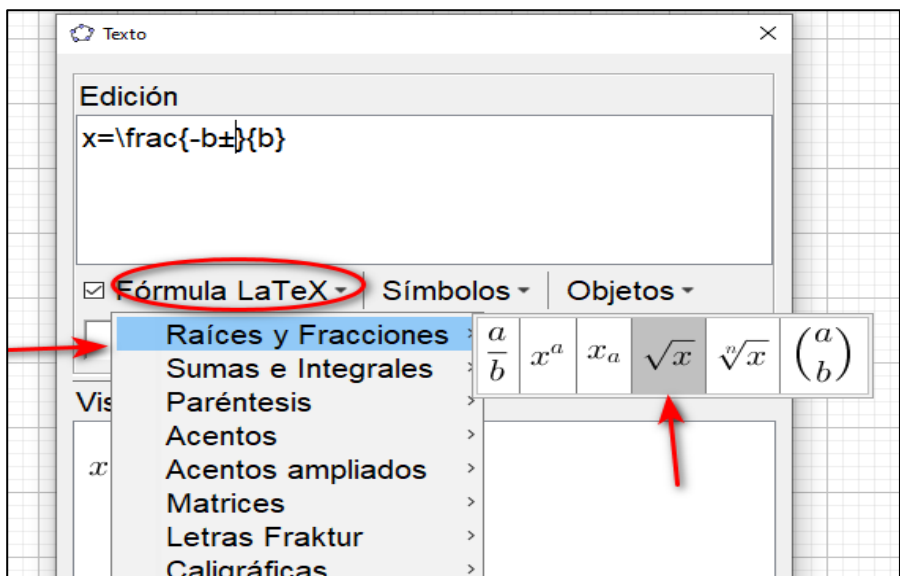


Figura 140. En la opción Fórmula LaTeX seleccionamos la raíz cuadrada

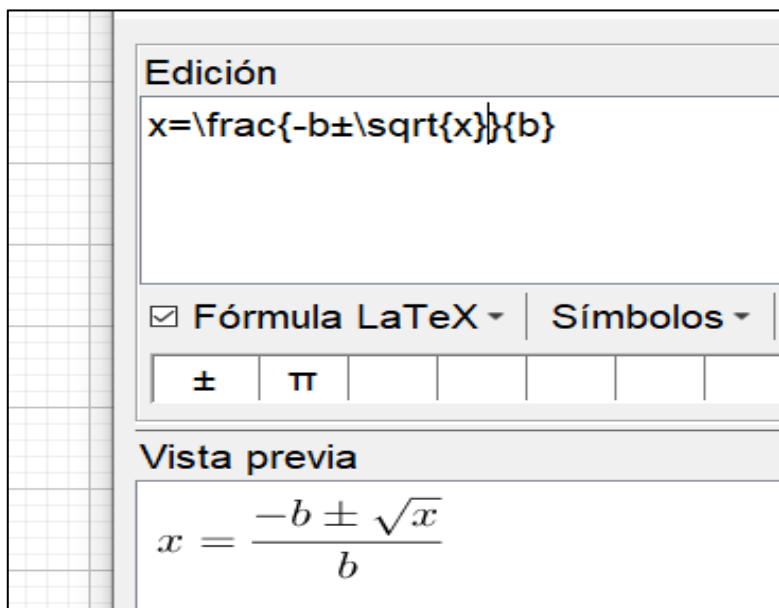


Figura 141. Edición de la raíz cuadrada

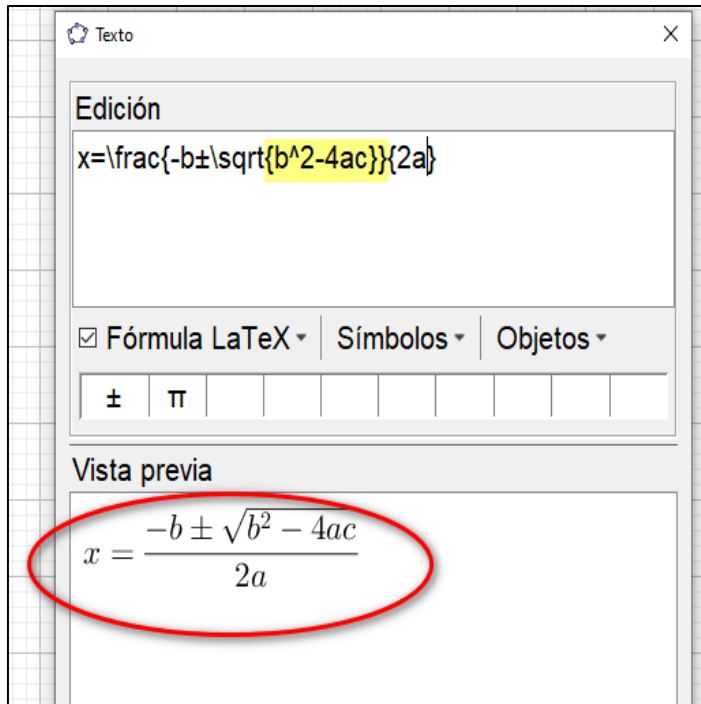


Figura 142. Tipeamos la Fórmula General solicitada

Paso 3: Al finalizar de tipear la fórmula general damos **OK** y nos aparecerá en la **Vista Gráfica**. Podemos con el mouse llevarla a otra posición de la pantalla (ver figura 143), también dando **click derecho** sobre la fórmula tipeada aparecerá la ventana de **Propiedades del objeto** donde podemos cambiarle de color de fondo, el tamaño de la letra, colocarla en negrita, etc. (ver figura 144). Finalmente, cerramos la ventana de **Propiedades del texto** y tendremos lo solicitado (ver figura 145).

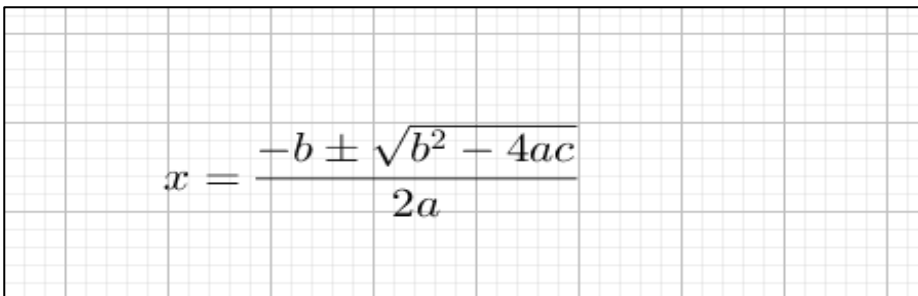


Figura 143. Formula General en la Vista Gráfica

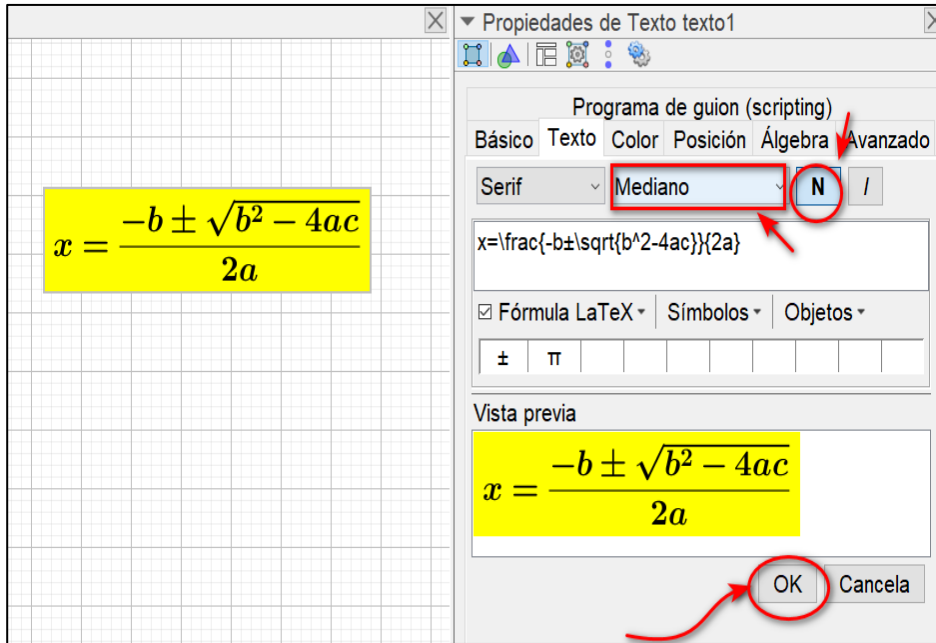


Figura 144. Dando click derecho sobre el texto podemos editarlo

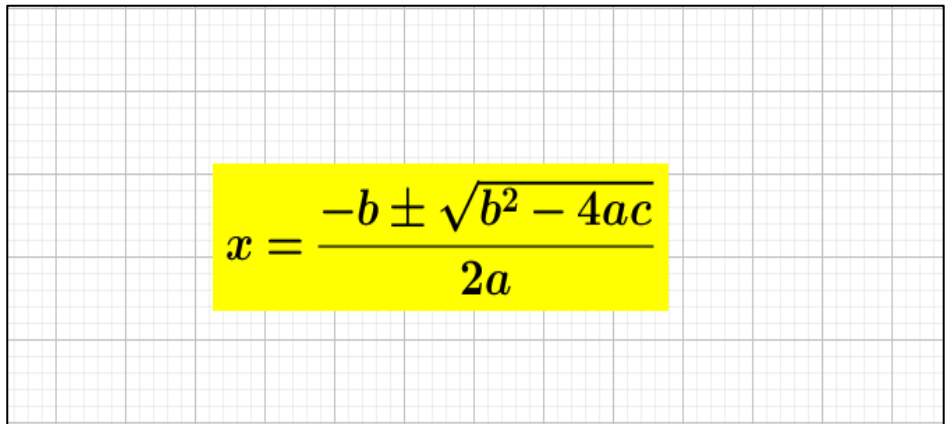


Figura 145. Fórmula General Editada con color y tamaño de letra y en negrita

Ejemplo 3: Deseamos escribir el siguiente **texto:** (ver figura 146).

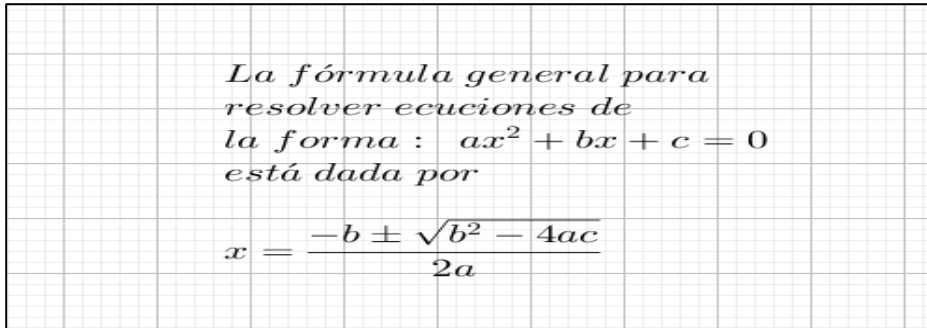


Figura 146. Texto de la forma que queremos que aparezca en la Vista Gráfica

Paso 1: Habiendo ya seleccionado la herramienta **Texto** y dado **click** en la ubicación deseada dentro de la **Vista Gráfica**, aparecerá la ventana de **Edición** donde escribiremos de la siguiente manera:

`La\;fórmula\;general\;para\;resolver\;ecuaciones\;de\;la\;forma\;:\;ax^2+bx+c=0\;está\;dada\;por\;\\\\x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}`

- Consideraremos la forma de **dar espacios entre palabras** y de **saltar a la siguiente línea** según lo explicado en el **ejemplo 1** y la escritura de la **Fórmula General** según lo explicado en el **ejemplo 2** (ver figura 147).

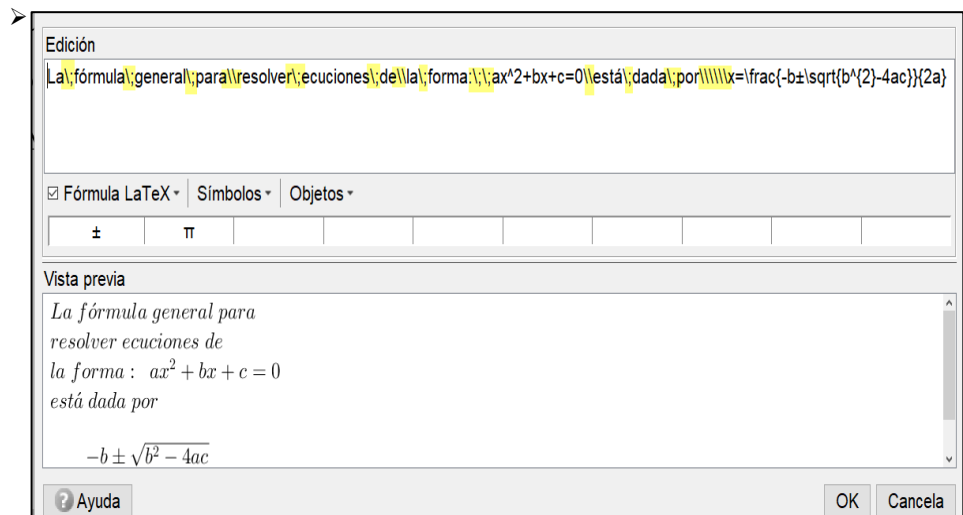


Figura 147. Forma de redactar para tener el Texto solicitado

Paso 2: Una vez que hemos dado **OK** en la ventana de **Edición**, con el **click derecho** sobre el texto le damos atributos de color, tamaño de letra y negrita (**ver figura 148 – 149 - 150**).

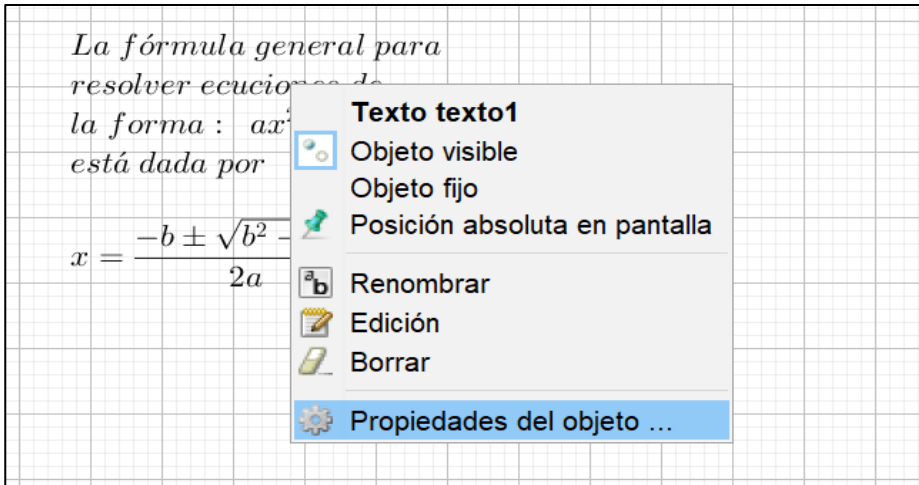


Figura 148. Damos click derecho sobre el texto

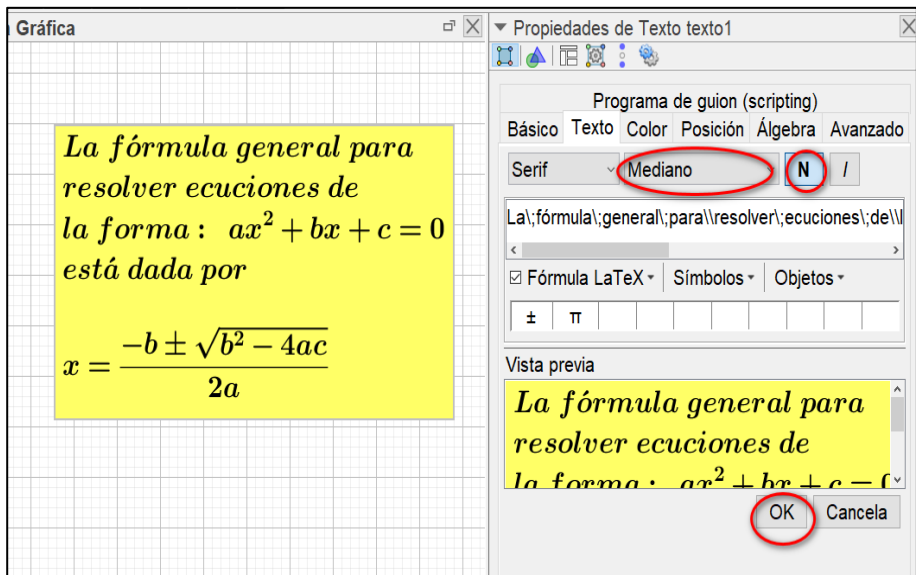


Figura 149. Damos atributo de color, tamaño de letra y negrita

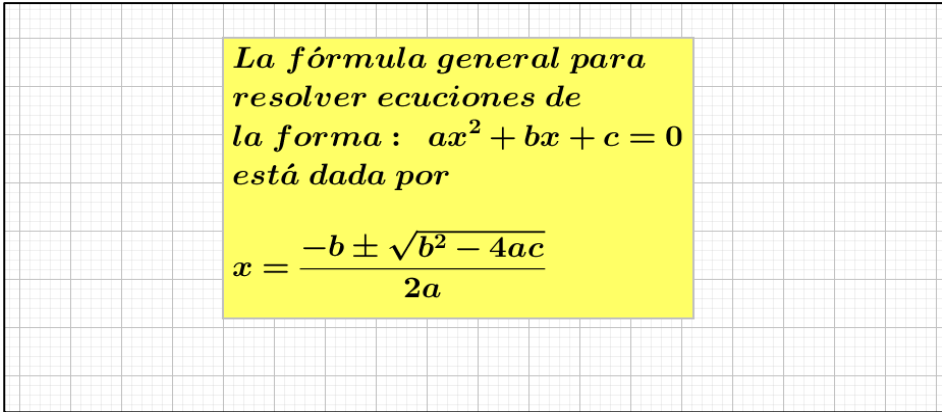


Figura 150. Texto final editado

TEXTO DINÁMICO

Para hacer que un texto sea dinámico debemos haber creado anteriormente objetos al cual podamos reemplazar y hacerlos variar. Veamos un ejemplo.

Ejemplo 1: Creemos un Polígono regular y agreguemos un **texto dinámico** que nos muestre el **número de lados** que tiene el polígono según como vayamos variando el **Deslizador**.

Paso 1: Creemos un deslizador de nombre “n”, con mínimo valor tres y máximo valor 20 y que se incremente en uno (ver figura 151).

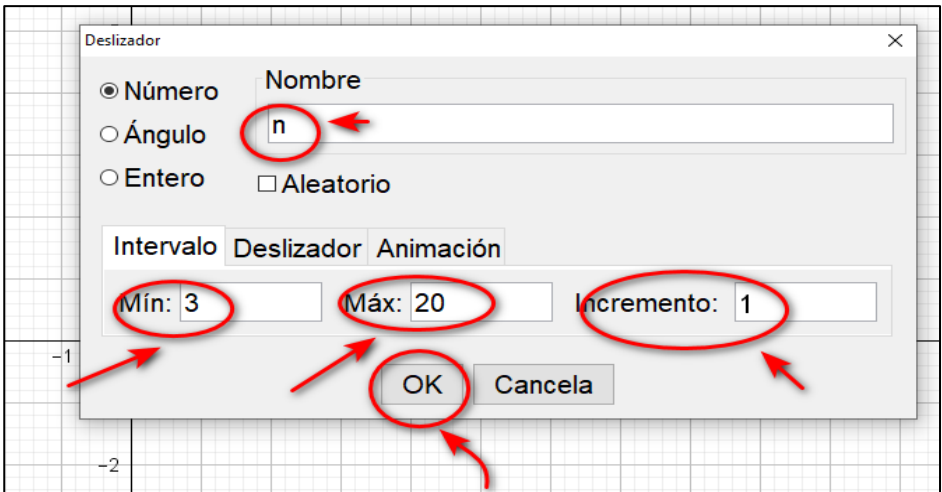


Figura 151. Creamos el deslizador “n”

- Seleccionamos la herramienta **Polígono**, nos apoyamos en el **mensaje de ayuda** (ver **figura 152**). Para seguir el orden de construcción hacemos **click** en el punto **(0,0)** y luego en el punto **(4,0)** y nos sale una **ventana** que nos pide el **número de lados** del polígono para lo cual ingresamos el nombre del **deslizador "n"** (ver **figura 153**).

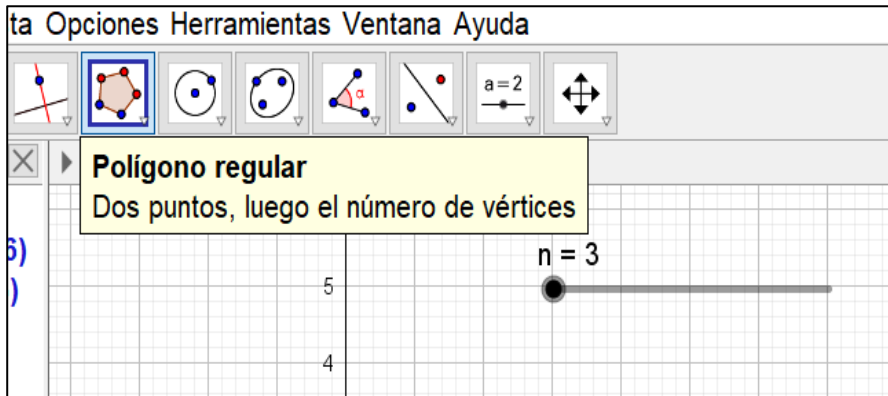


Figura 152. Mensaje de ayuda de la herramienta polígono regular

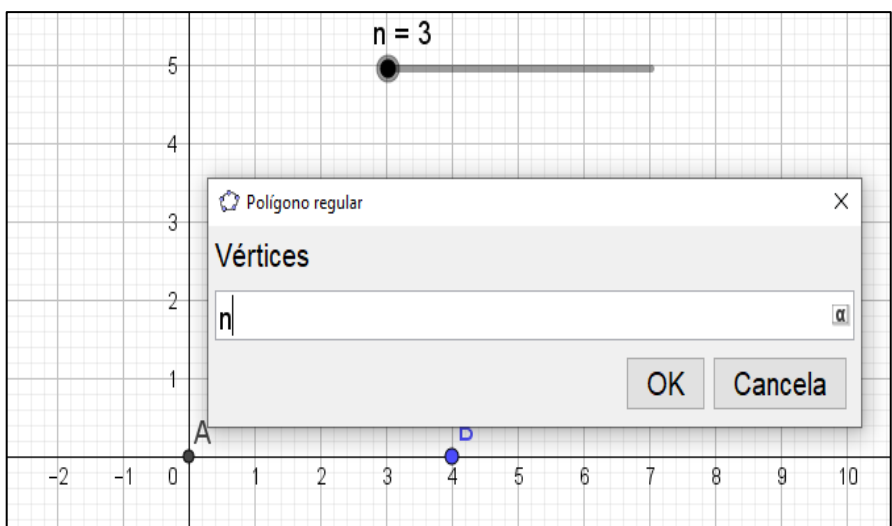


Figura 153. Ventana donde nos pide el número de lados del polígono regular

- Al hacer **click** en **OK** aparece el polígono con el número de lados que indica el **Deslizador**, ahora tenemos un polígono enlazado a un deslizador que al variar ira cambiando el **número de lados** según los valores máximos y mínimos ingresados (ver figura 154).

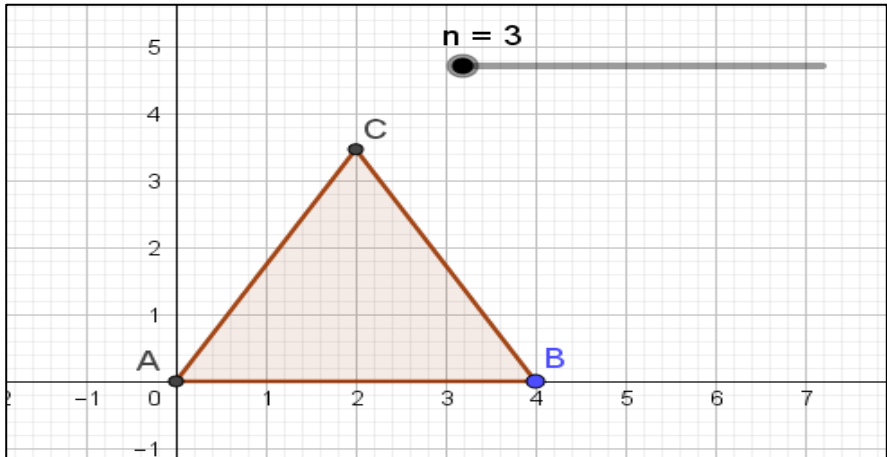


Figura 154. Polígono entrelazado con el deslizador

Paso 2: Seleccionamos la herramienta **Texto** como ya sabemos al pasar el mouse por la herramienta seleccionada nos dará un **mensaje de ayuda** (ver figura 155), donde nos dice que seleccionemos la **ubicación** (esto es relativo porque hemos visto que al final podemos **arrastrar el texto** y ubicarlo donde consideremos necesario).



Figura 155. Mensaje de ayuda de la herramienta Texto

- Al dar **click** en la ubicación escogida nos sale la ventana de **Edición**, escribimos en la opción **Formula LaTeX** con las consideraciones para **separar palabras** colocando el **slash invertido** seguido del **punto y coma** después de cada palabra, para ingresar el **texto dinámico**, es decir, lo que queremos que sea **cambiante**, vamos a la opción **Objetos** y escogemos el **objeto "n"** que sabemos que es el número de lados del **polígono regular** entrelazado al **deslizador**, seguimos escribiendo los que nos falta y damos **OK** (ver figura 156 – 157).

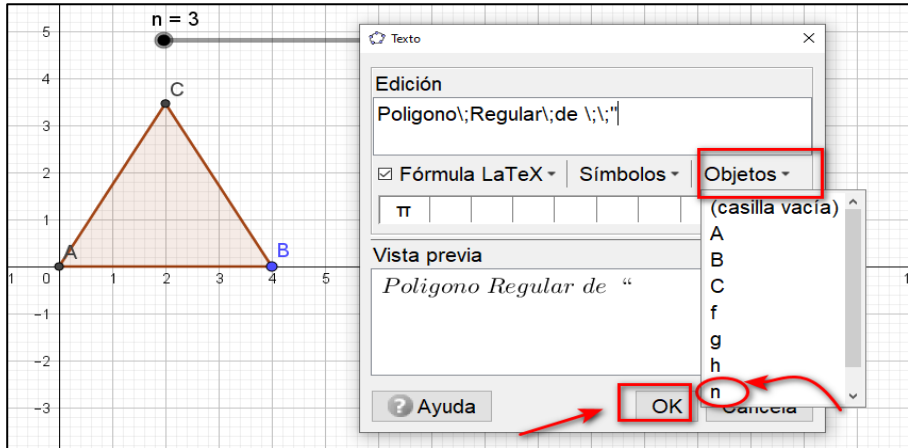


Figura 156. La Opción Objetos permite hacer dinámico el texto

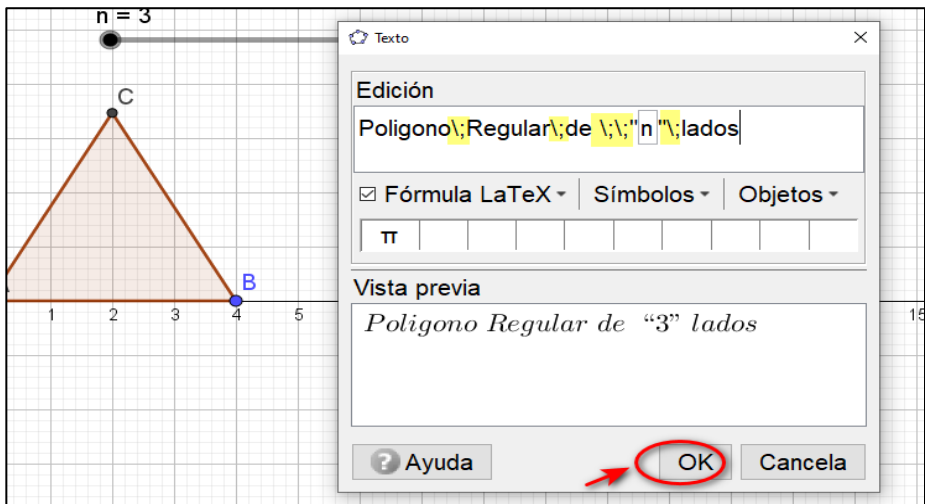


Figura 157. Texto según la opción Fórmula LaTeX

- Damos **Ok** en la ventana de **Edición** y tenemos el texto dinámico listo para darle algunas propiedades o atributos (ver figura 158).

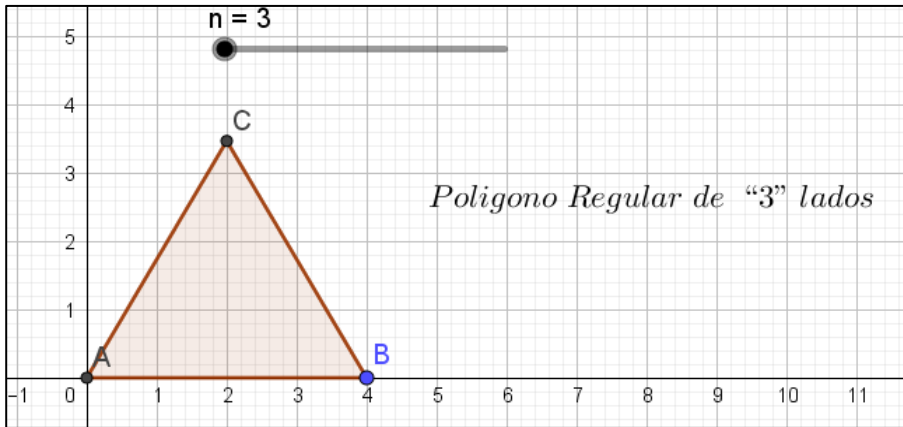


Figura 158. Texto dinámico listo para darle propiedades

Paso 3: Hacemos **click derecho** sobre el **Texto** y damos atributos como color en segundo plano, letra negrita, tamaño de letra pequeña y lo colocamos en la ubicación deseada arrastrando el texto con el mouse (ver figura 159). Como sugerencia colocar un **texto dinámico** que indique el **área del polígono regular**.

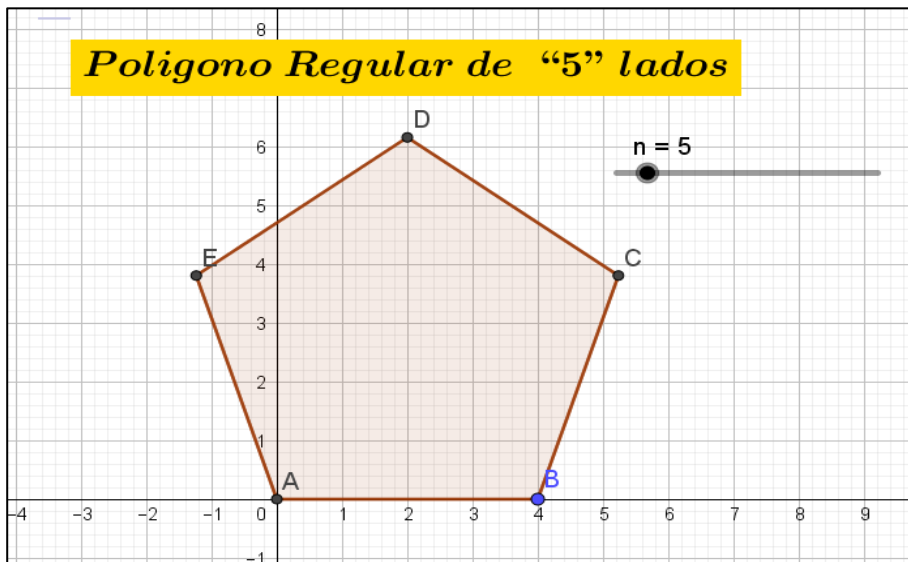


Figura 159. Texto dinámico con las propiedades deseadas

Ejemplo 2: Crear una circunferencia con un **texto dinámico** que indique el centro de la circunferencia y su radio según vaya variando el Deslizador asociado.

Paso 1: Creamos **tres deslizadores** de nombre **h**, **k** y **r** (usar números enteros y el radio mayor o igual a uno, luego le daremos propiedades haciendo **click derecho** sobre cada uno de los deslizadores, damos color a cada uno de los deslizadores y en estilo de trazo un ancho de 80 px (ver figura 160).

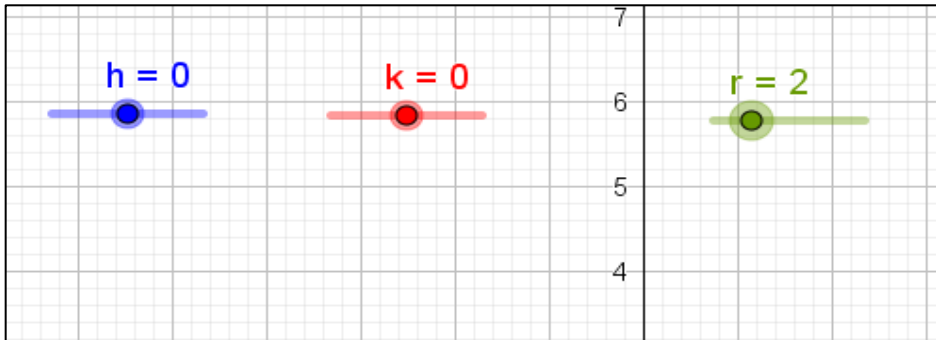


Figura 160. Deslizadores con los atributos deseados

- En la **Barra de entrada** ingresamos un punto llamado **C** donde se coloca como coordenadas del punto el nombre de los deslizadores, es este caso sería **h** y **k** que al dar **Enter** aparecerá un punto **C** con las coordenadas enlazas a los deslizadores **h** y **k** (el deslizador **h** y **k** están en **0** por lo tanto, el punto **C** tiene coordenadas (0,0) (ver figura 161 – 162).

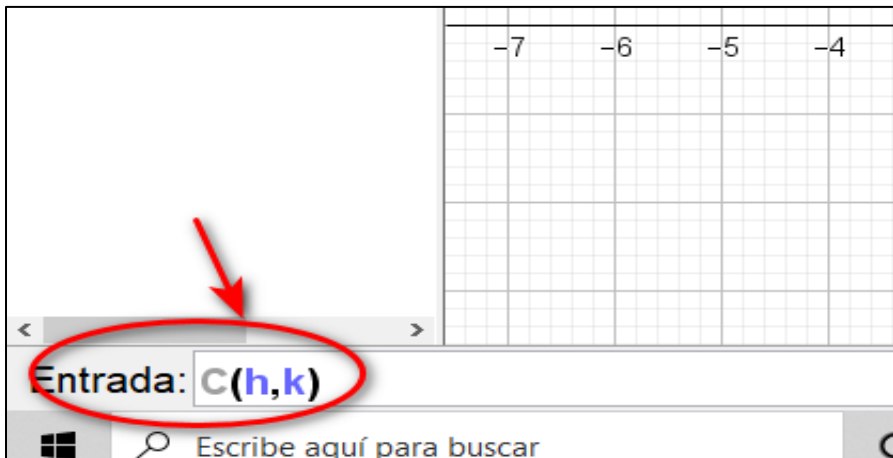


Figura 161. Ingresamos en la Barra de entrada el punto C(h,k)

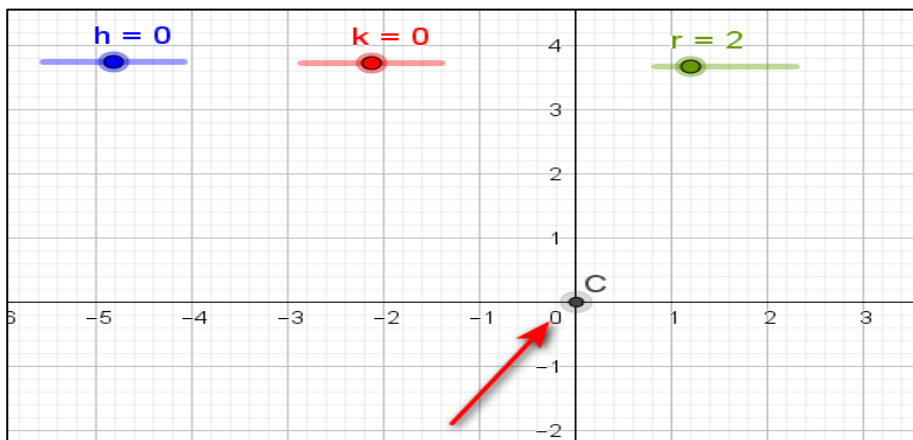


Figura 162. Punto C con las coordenadas que indican los deslizadores

Paso 2: Seleccionamos la herramienta **Circunferencia: centro y radio**, hacemos **click** y luego pasamos el mouse por el icono seleccionado y nos dará el **mensaje de ayuda** que dice **selecciona centro, luego ingresa el radio**, entonces hacemos **click** en el punto C como centro de la circunferencia y nos sale una ventana pidiéndonos **el radio**, ingresamos el nombre del **deslizador "r"** (ver figura 163 – 164 – 165).

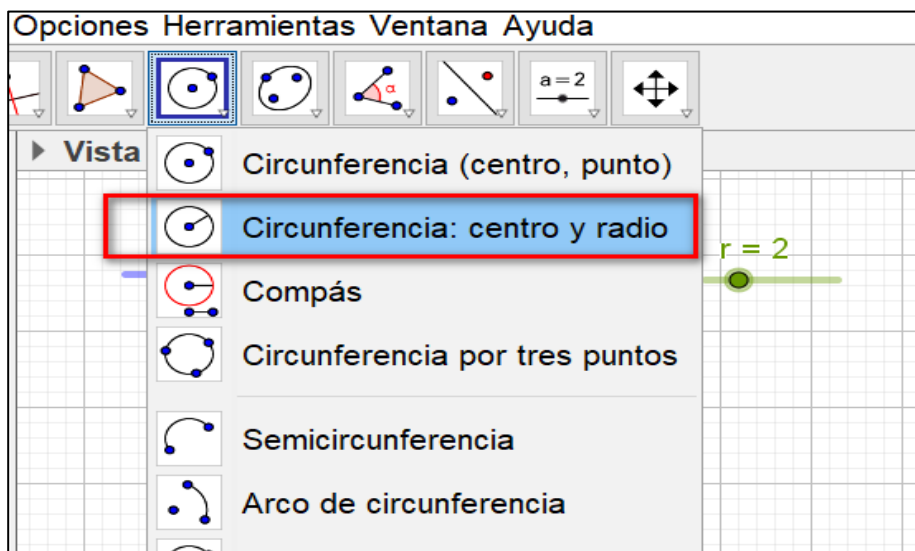


Figura 163. Herramienta Circunferencia: centro y radio

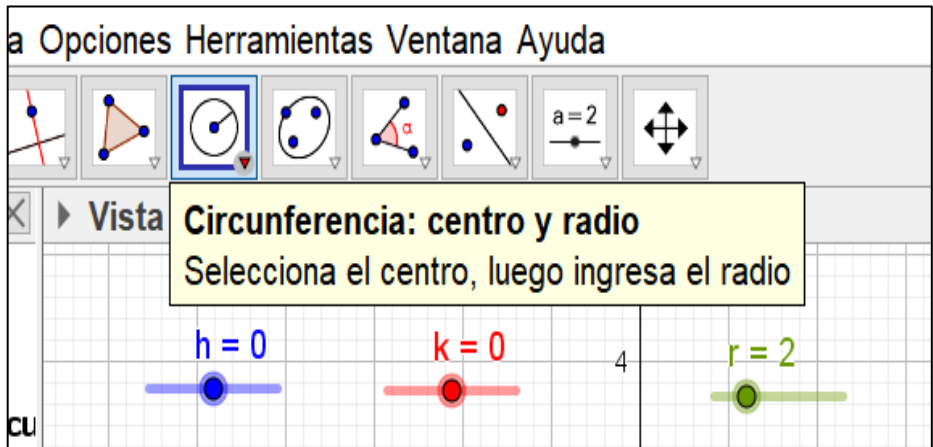


Figura 164. Mensaje de ayuda de la herramienta Circunferencia: centro y radio

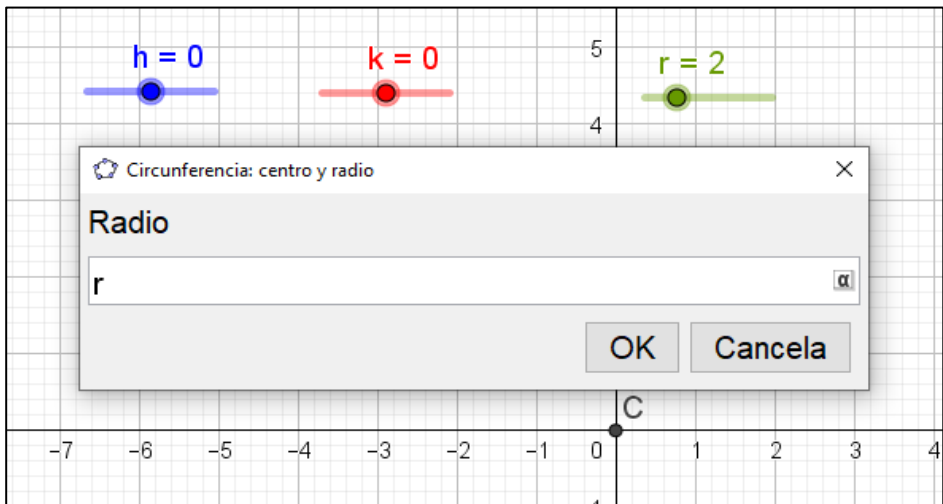


Figura 165. Ingresamos como radio de la circunferencia el nombre del deslizador "r"

- Al dar **click** en **OK** tenemos una circunferencia de centro en **C (h, k)** y radio **r** ligada a los **tres deslizadores** anteriormente creados, que al variar los deslizadores ira **variando** los valores del **centro** y del **radio** (ver figura 166).

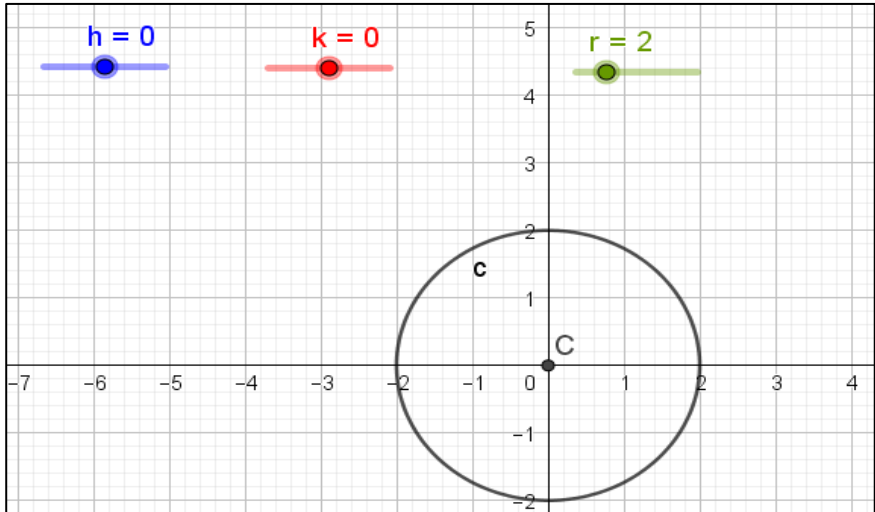


Figura 166. Circunferencia ligada a los deslizadores “h”, “k” y “r”

- **Paso 3:** Para una mejor presentación haremos uso de la herramienta **Punto en objeto** y colocaremos un punto en la circunferencia y uniremos el **centro con este punto** lo que indicará el **radio**, luego haciendo **click derecho** sobre este segmento lo **renombraremos** con el nombre de **radio** y entrando a **Propiedades del objeto** en **Etiqueta visible** le daremos **Nombre y valor** (ver figura 167 – 168).

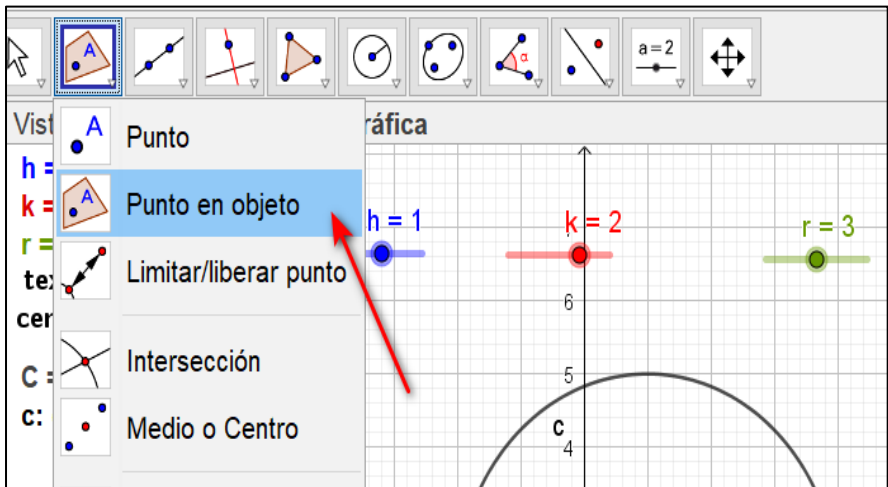


Figura 167. Herramienta Punto en objeto

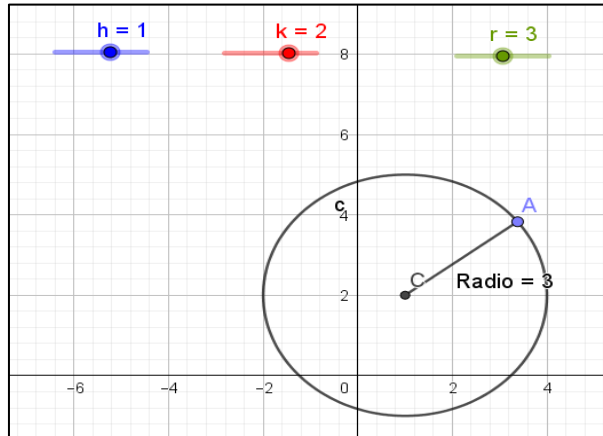


Figura 168. Renombramos al segmento y damos nombre y valor

Paso 4: Hacemos **click** en la herramienta **Texto**, luego hacemos **click** en la **Vista Gráfica** y nos aparece la ventana de **Edición**, ingresamos el texto deseado usando la opción **Fórmula LaTeX** y dándoles **espacio** entre **cada palabra** y de **salto de línea**. En el momento que vamos a usar el **texto dinámico** vamos a la opción **Objetos** y buscamos el **objeto dinámico**, en este caso ingresamos primero **"h"** haciendo **click** como se ve en la figura, luego la coma y después el segundo **texto dinámico** que es **"k"** (ver figura 169).

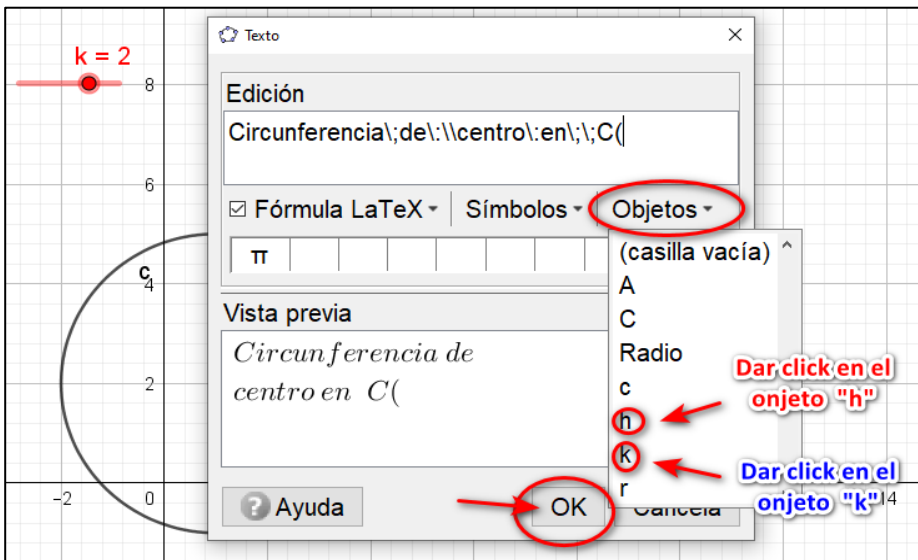


Figura 169. Utilizando la opción **Objetos** ingresamos el texto dinámico

- Seguimos redactando conforme vemos en la figura con las consideraciones mencionadas anteriormente y al llegar el momento de escribir el **tercer texto dinámico "r"**, buscamos en la opción **Objetos** y damos **click** en el **objeto "r"** que al dar **OK** aparecerá inmediatamente dentro nuestro texto (**ver figura 170 – 171**).

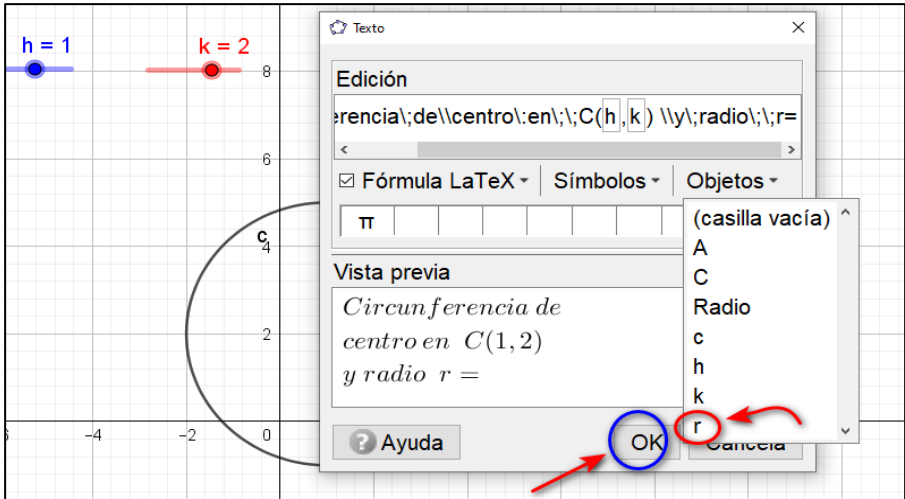


Figura 170. Ingreso del tercer texto dinámico "r" usando la opción Objetos

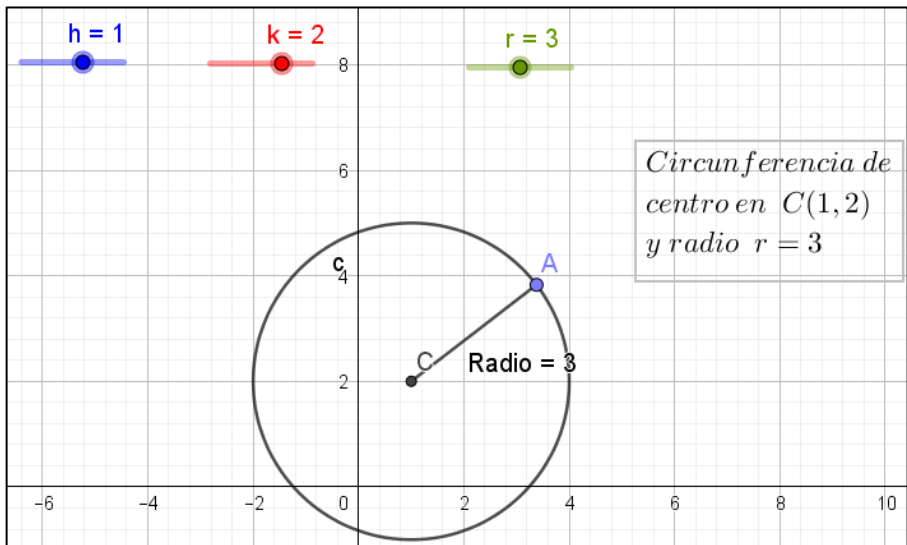


Figura 171. Texto listo para darle propiedades

- Dando **click derecho** sobre el **texto** aparece la ventana de propiedades del objeto, allí damos color de **fondo** en **segundo plano**, color de la **letra** en **primer plano**, **letra negrita**, lo arrastramos y lo ubicamos en el lugar deseado (ver figura 172).

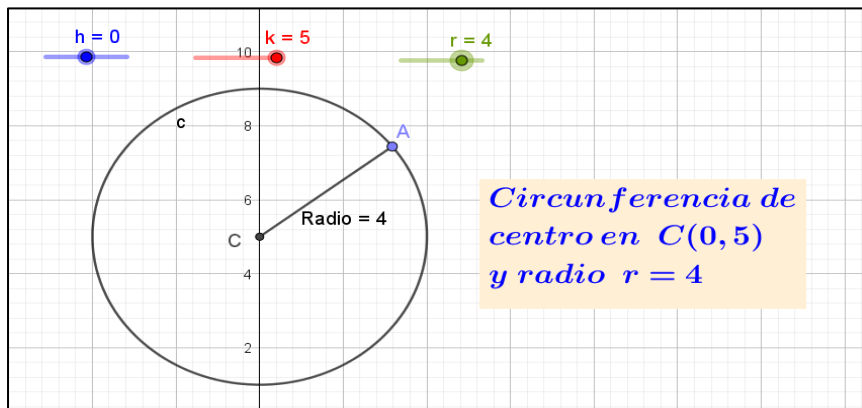


Figura 172. Texto dinámico según el requerimiento del ejemplo

Ejemplo 3: Graficar la parábola $(y - k)^2 = 4p(x - h)$, usando deslizadores. Dar edición, hacer notar focos, vértices y ejes. Agregar **texto dinámico** que muestre los **vértices**, foco y la **ecuación de la parábola**.

Paso 1: Primero procederemos a ingresar a través de la **Barra de entrada** la ecuación de la parábola $(y - k)^2 = 4p(x - h)$. Luego, al dar **click** inmediatamente el **GeoGebra** detectará las constantes y nos pedirá que creamos los deslizadores “h”, “k” y “p”. Cuando hacemos **click** en **Crea deslizadores**, aparecerán los tres deslizadores creados por defecto. Observe también que ya tenemos nuestra parábola de nombre “ec1” entrelazada con los deslizadores (ver figura 173 – 174).



Figura 173. Ingresamos la ecuación solicitada a través de la Barra de entrada

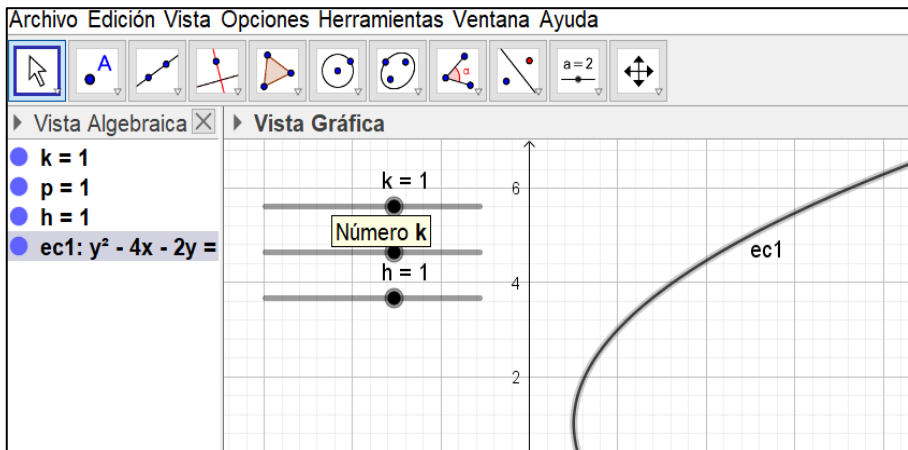


Figura 174. El GeoGebra crea los tres deslizadores por defecto

- Hacemos **click derecho** sobre cada uno de los deslizadores y en **Propiedades del objeto** configuramos el **mínimo valor**, el **máximo valor** y el **incremento**. Le damos color y en **Estilo de trazo** un ancho de **80**, para reducirlos de **tamaño** (ver figura 175 – 176). Luego los arrastramos con el mouse y los colocamos en el lugar deseado.

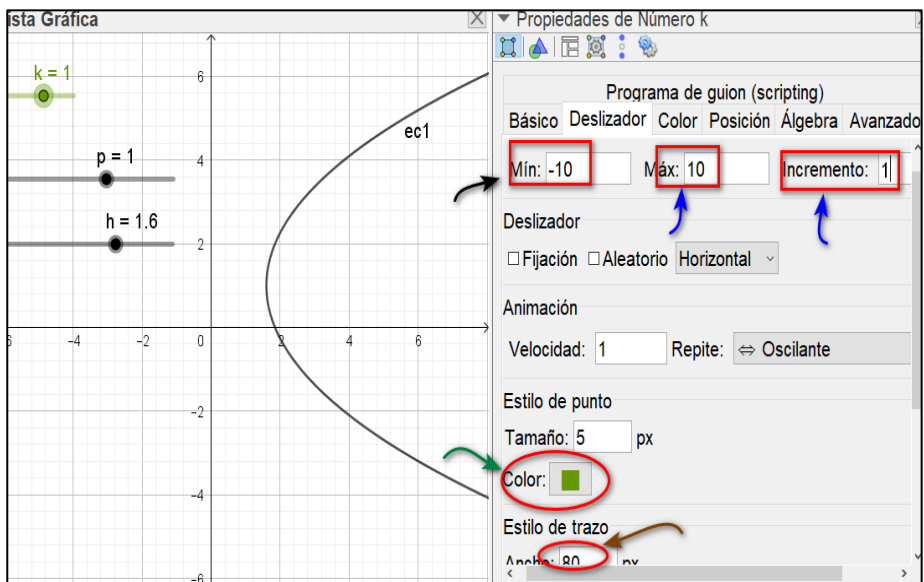


Figura 175. Damos propiedades a cada uno de los deslizadores

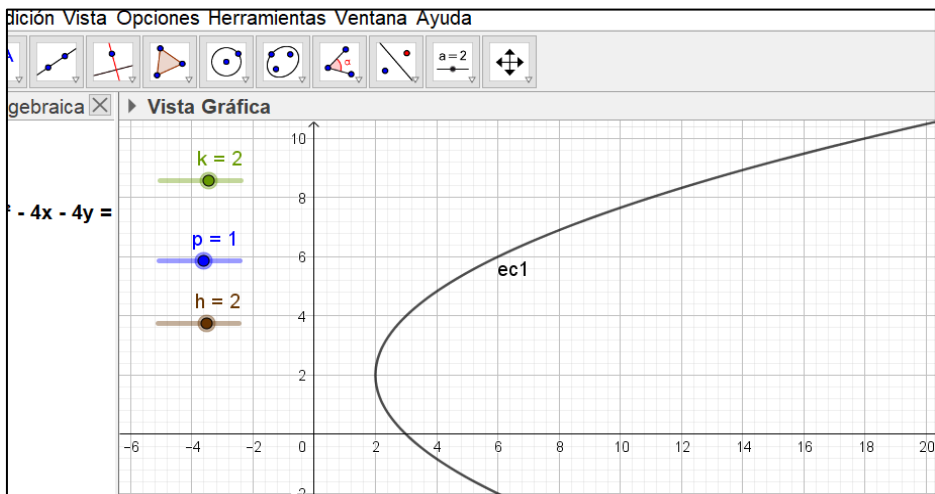


Figura 176. Tenemos la parábola de nombre “ec1” ligada a los deslizadores

Paso 2: En la **Barra de entrada** escribimos las primeras letras de la palabra vértice “**ver**” y nos aparece **una ventana** con comandos que empiezan con esas letras, seleccionamos “**Vértice (<Cónica>)**” y escribimos el nombre de la **Cónica** que el **GeoGebra** por defecto le llamo “**ec1**” (ver figura 177 – 178).

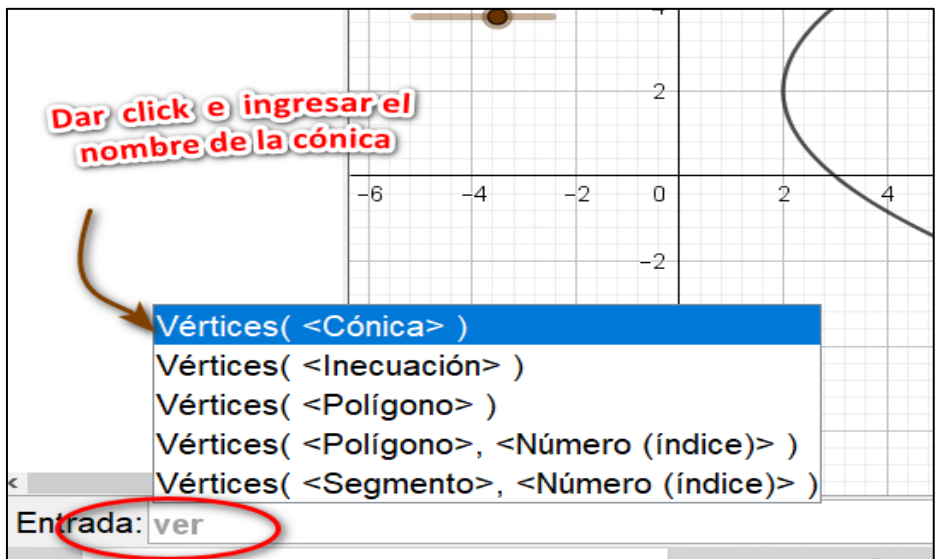


Figura 177. Ventana con los comandos para vértice



Figura 178. Escribimos el nombre de la cónica donde nos solicita

- Al dar Enter ya tenemos el punto vértice de la Cónica, luego hacemos **click derecho** sobre el punto y en **Propiedades del objeto** renombramos con el **nombre de V** y damos **Nombre y valor** para que se muestre las coordenadas del vértice (**ver figura 179**).

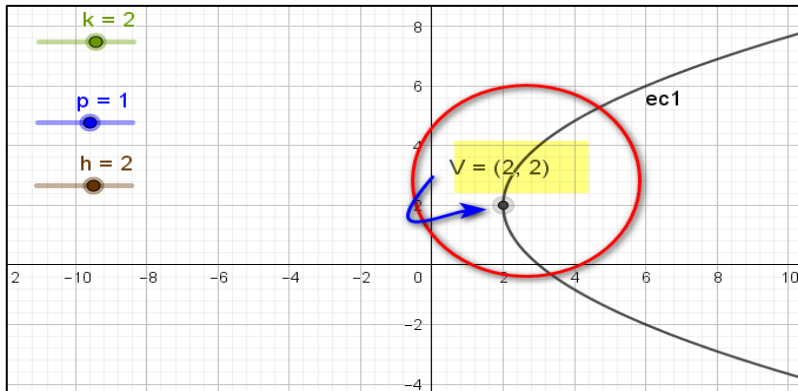


Figura 179. Vértice de la cónica con las propiedades de nombre y valor

Paso 3: Para tener el **Foco** de la **Cónica** colocamos las primeras letras de la palabra **foco** "foc" y nos sale el comando requerido "**Foco(<Cónica>)**", luego colocamos el nombre de la cónica que es "ec1" (**ver figura 180 – 181**).



Figura 180. Comando "Foco(<Cónica>)"

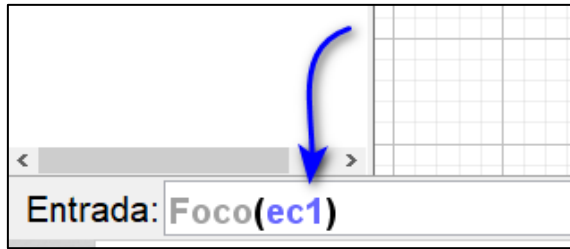


Figura 181. El nombre de la cónica es “ec1”

- Haciendo **click derecho** sobre **vértice** y el **foco** podemos **Renombrarlos** como se ve en la figura y darles **nombre y valor** para que estos muestren sus **coordenadas**, también le damos **color** (ver figura 182).

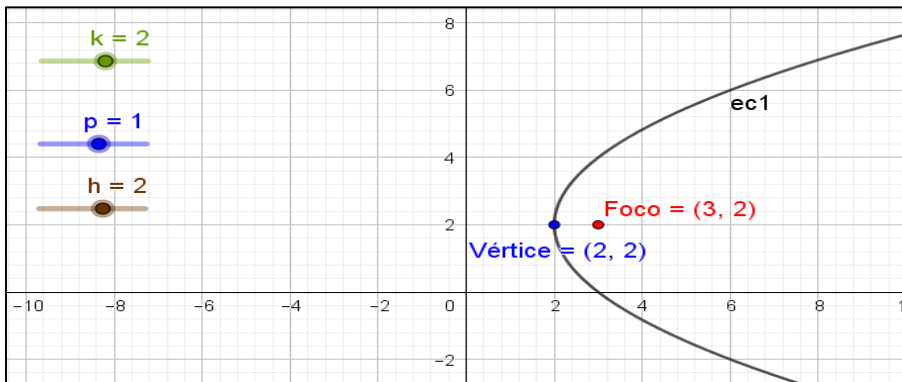


Figura 182. Renombramos vértice y foco

Paso 4: En la **Barra de entrada** colocamos la palabra “ejes” y nos aparece el comando solicitado “Ejes(<Cónica>)” (ver figura 183). Escribimos el **nombre** de la cónica “ec1” (ver figura 184), damos **Enter** y ya tendremos los ejes de la cónica (ver figura 185).

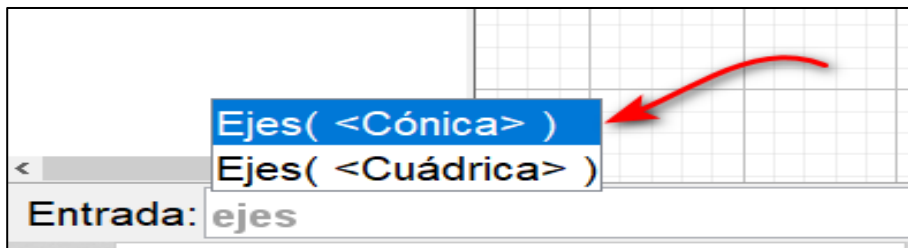


Figura 183. Comando “Ejes(<Cónica>)”



Figura 184. Colocamos el nombre de la cónica "ec1"

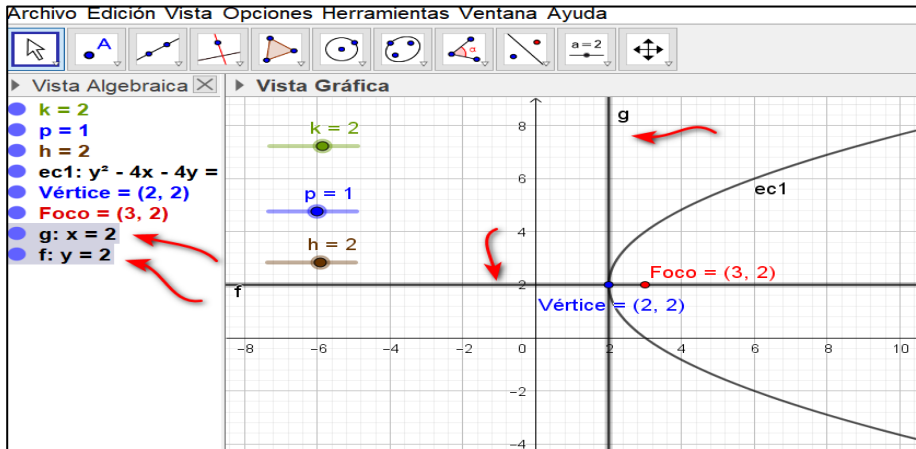


Figura 185. Ejes de la cónica "ec1"

Paso 5: Para una mejor presentación vamos hacer uso de la **Vista Gráfica 2** que se encuentra dentro el menú **Vista**. Como ya hemos visto anteriormente la **Vista Gráfica** y la **Vista Gráfica 2** están interrelacionadas (ver figura 186).

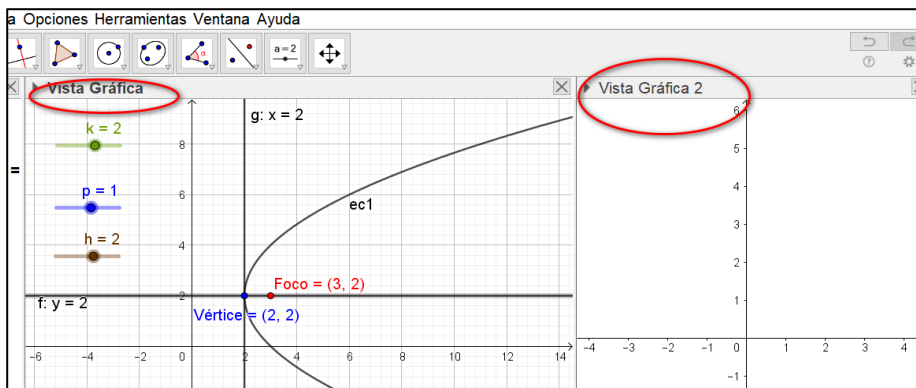


Figura 186. Vista Gráfica y Vista Gráfica 2

- Hacemos **click derecho** sobre la **Vista Gráfica 2** y aparecerá la ventana que se muestra en la figura, hacemos **click** sobre la **opción Ejes** para que estos desaparezcan y tendremos una **Vista Gráfica 2** en blanco. Haciendo **click derecho** vamos al último comando de la ventana y seleccionamos **Vista Gráfica** y allí podemos cambiar el color de fondo y otras propiedades si fuera necesario. (ver figura 187 – 188 – 189).

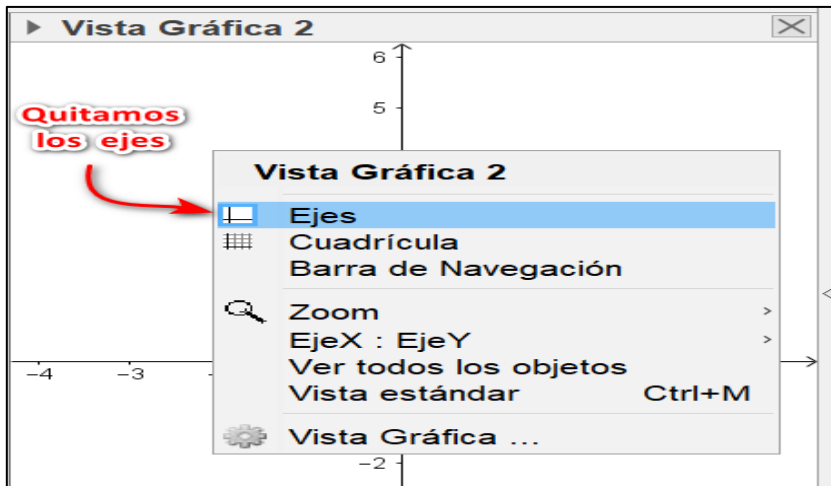


Figura 187. Damos click en ejes para ocultarlos

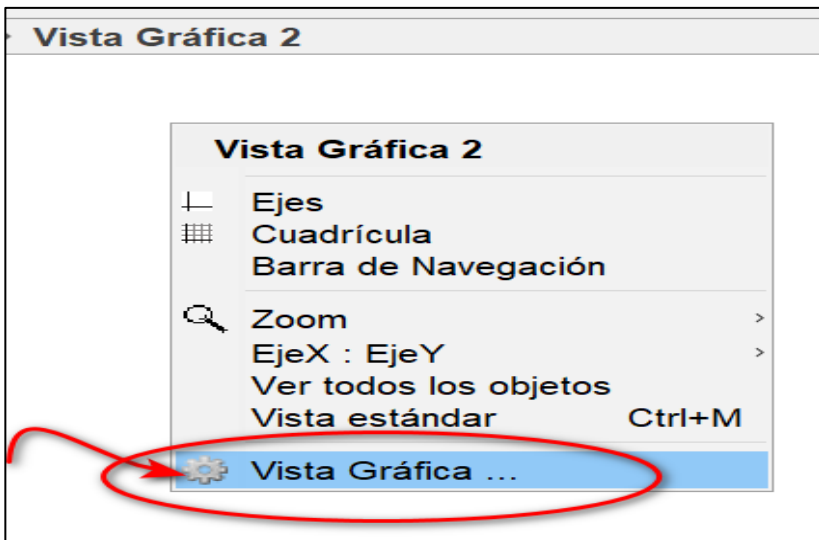


Figura 188. Seleccionamos Vista Gráfica

Paso 6: Seleccionando la herramienta **Texto**, hacemos **click** dentro de la **Vista Gráfica 2** y en la ventana **Edición** escogemos **Fórmula LaTeX** y escribimos “**Parábola de la forma $(y - k)^2 = 4p(x - h)$** ”. Debemos tener las consideraciones de separación de palabras y de salto de línea (ver figura 191).

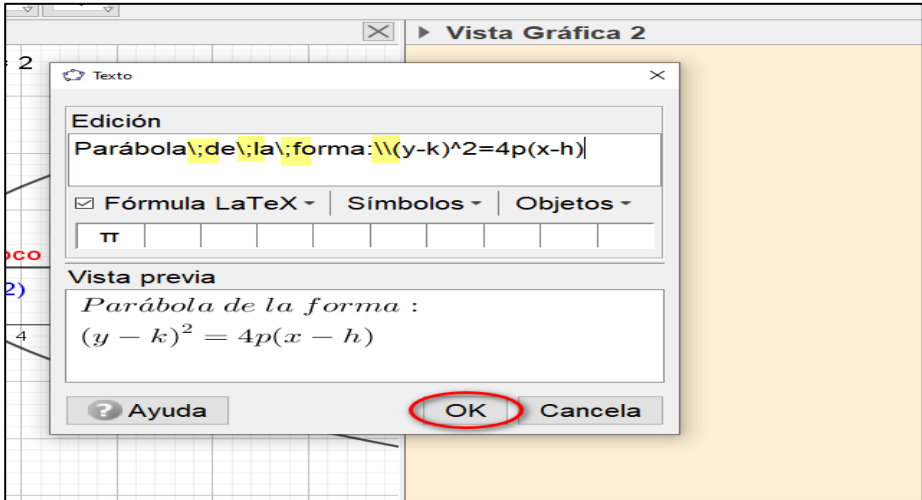


Figura 191. Escribimos el texto con las consideraciones para Fórmula LaTeX

- Hacemos luego **click derecho** sobre el **texto** y en **Propiedades del objeto** editamos dándole un **color de fondo** deseado y **letras negritas**, luego **OK** (ver figura 192). Observe que aún no hemos ingresado **Texto dinámico**.

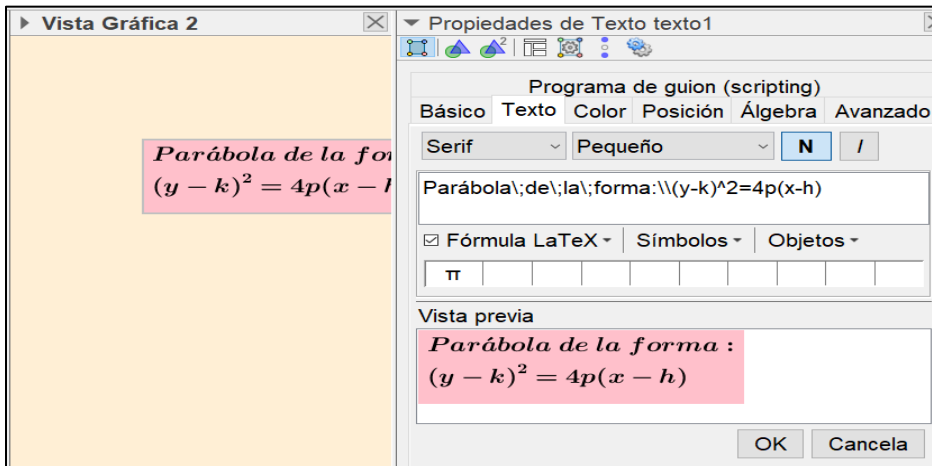


Figura 192. En Propiedades del objeto editamos el texto ingresado

- Colocando el **texto** ya **editado** en un lugar apropiado de la **Vista Gráfica 2**, ingresamos otro **texto** conforme se ve en la figura, pero para ingresar el **Texto dinámico** seleccionamos la opción **Objetos** y buscamos en este caso la **letra “k”** (que está ligada a un deslizador) y seguimos escribiendo hasta que nuevamente tengamos que ingresar el segundo **Texto dinámico** que es **“p”** (ligada a un deslizador). Si no seleccionamos la opción **Objetos** y buscamos el **objeto “p”** no será **texto dinámico**, será simplemente la **letra “p”**. De igual manera hacemos para **“h”** (ver figura 193 - 194). Luego damos **OK** y editamos como en el caso anterior.

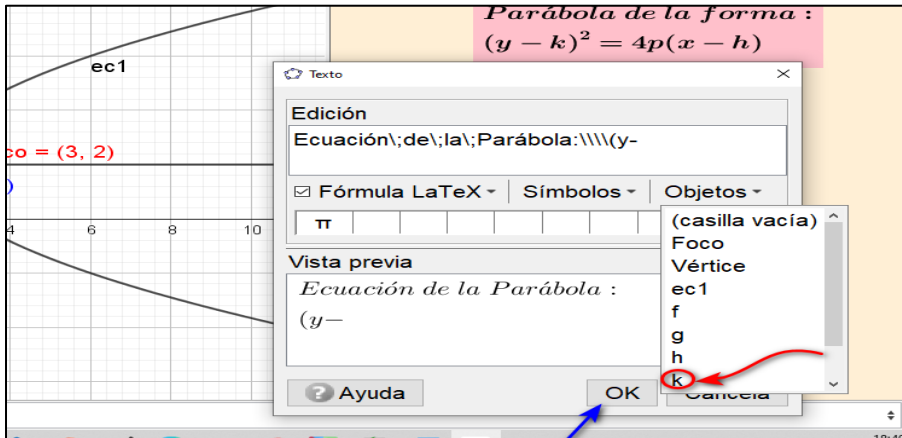


Figura 193. Ingresamos el texto según la de escritura en Fórmula LaTeX

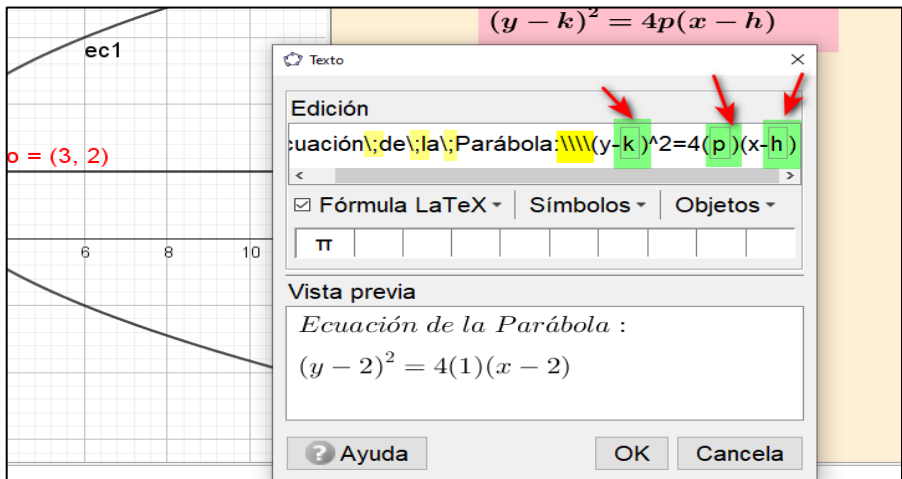


Figura 194. Hacemos Ok y tenemos el texto con tres Objetos dinámicos “k”, “p” y “h”

- Luego de haber dado propiedades haciendo **click derecho** sobre el **texto** ingresado lo arrastramos hacia el lugar que deseamos dentro de la **Vista Gráfica 2**. Ingresamos un **nuevo texto**, vamos a mostrar las coordenadas del **vértice**, ingresamos el texto conforme vemos en la figura y hacemos **texto dinámico** a “h” y a “k” (ver figura 195). También podemos escoger el **Objeto “vértice”** en lugar de “h” y “k”

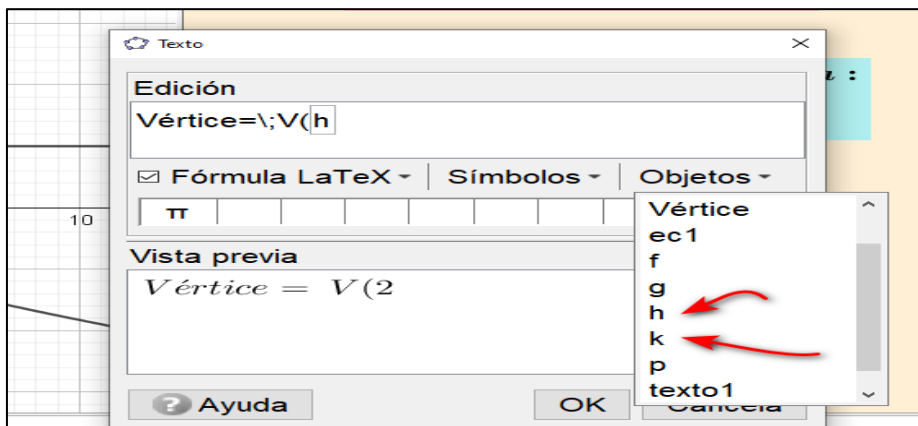


Figura 195. Ingresamos nuevo texto para el vértice y el foco

- En la siguiente línea vamos a colocar las **coordenadas del Foco** como fue solicitado, aquí luego de ingresar el **texto** (no olvidando las consideraciones para **salto de línea**) buscamos el objeto **Foco** en la opción **Objetos** (ver figura 196).

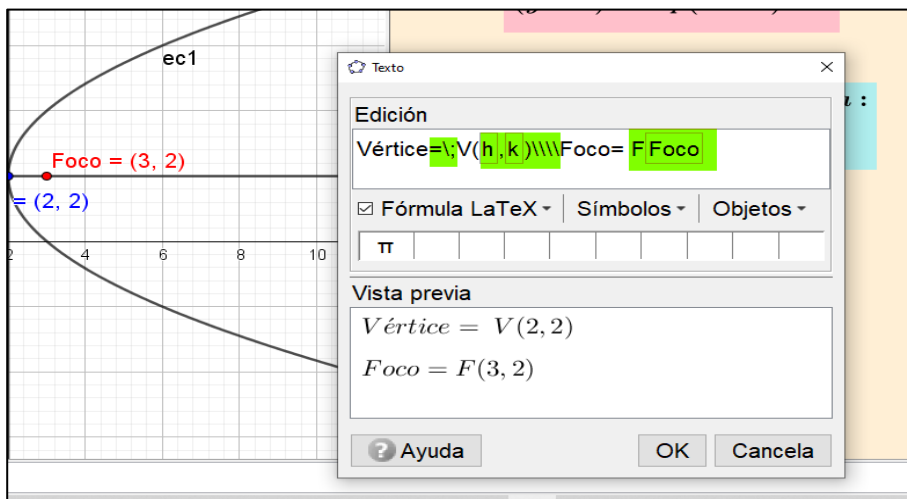


Figura 196. Ingresado el nuevo texto damos Ok

- Finalmente, igual que en los **textos ingresados anteriormente** damos **Propiedades** de color y **letra negrita**, lo ubicamos en el lugar deseado y así tenemos un **texto dinámico** que irá **variando según movamos los deslizadores**. Esto tiene una mejor presentación utilizando las **casillas de entrada** que veremos a continuación. (ver figura 197).

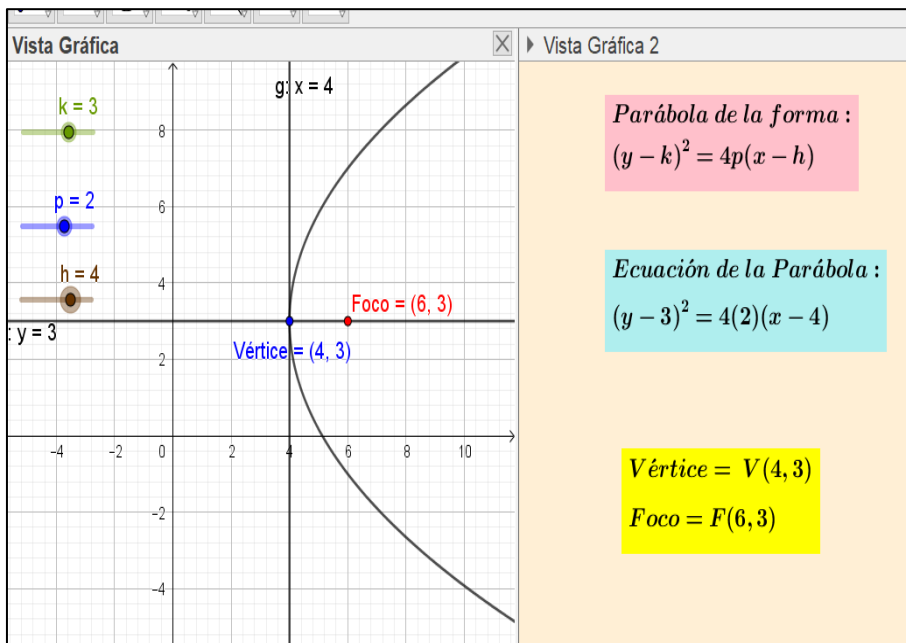
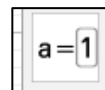


Figura 197. Textos dinámicos según lo solicitado

CASILLA DE ENTRADA

Es una herramienta que se encuentra en el décimo icono de la **Barra de herramientas**, nos permite dar dinamismos a los objetos, tiene diversos usos. Explicaremos algunos de ellos, Observe que esta herramienta al hacer **click** en ella nos pide que seleccionemos **una ubicación**, al dar **click** en la **Vista Gráfica** sale una ventana que nos pide un **Rótulo** y además un **Objeto vinculado**, es decir, no funciona por sí sola (ver figura 198 - 199).



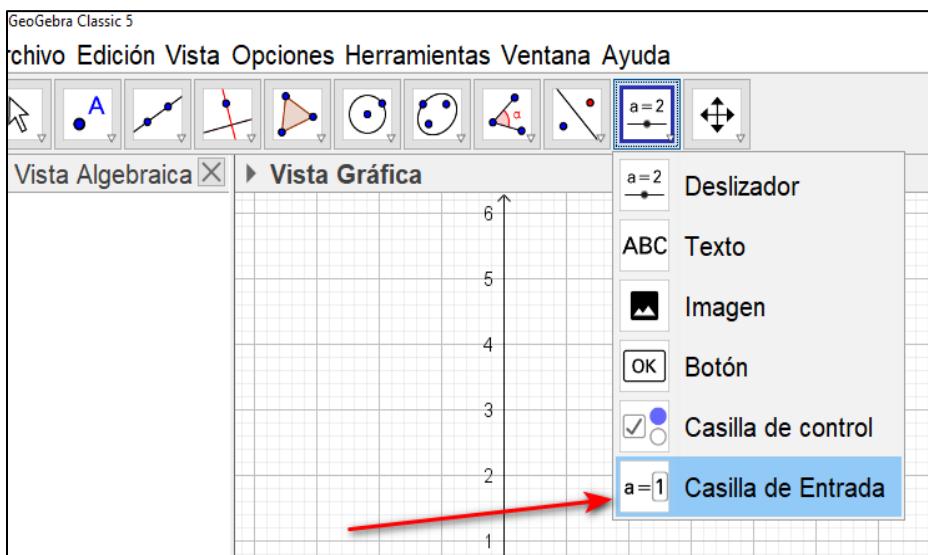


Figura 198. Herramienta Casilla de entrada

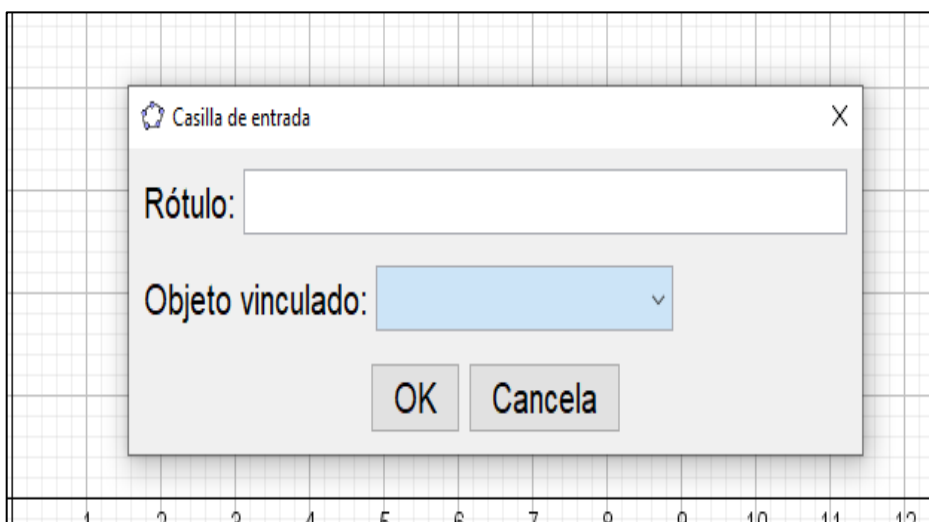


Figura 199. Ventana de la Casilla de entrada donde nos solicita un Rótulo y Objeto vinculado

Ejemplo 1: Crear una **Casilla de entrada** de tal forma que al ingresar un ángulo entre 0° y 360° nos indique el tipo de ángulo ingresado (ángulo nulo, agudo, recto, obtuso, llano, cóncavo, completo). Darle color y colocar como título Tipos de Ángulos.

Paso 1: Creamos un **deslizador angular** de nombre " α ", haciendo **click derecho** en Propiedades del objeto le damos color y ancho 80 (ver figura 200 – 201). Luego vamos a la herramienta **Ángulo dada su amplitud** (ver figura 202).

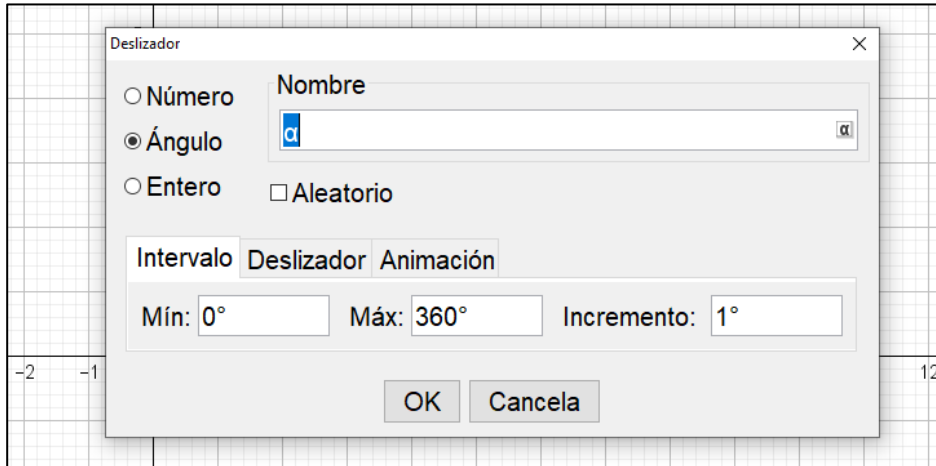


Figura 200. Ventana para crear un deslizador angular

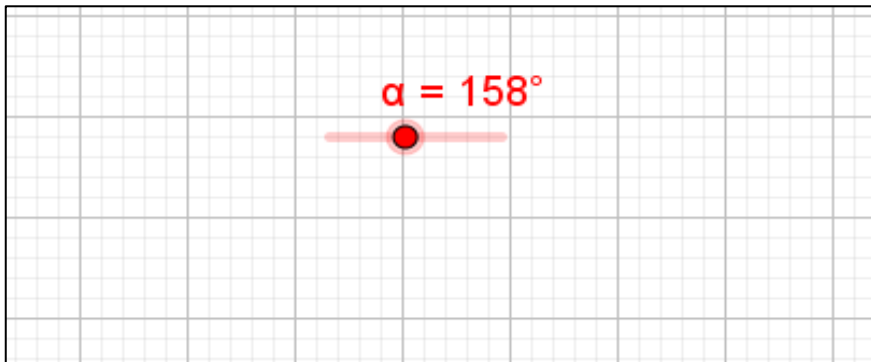


Figura 201. Deslizador editado con color y ancho 80

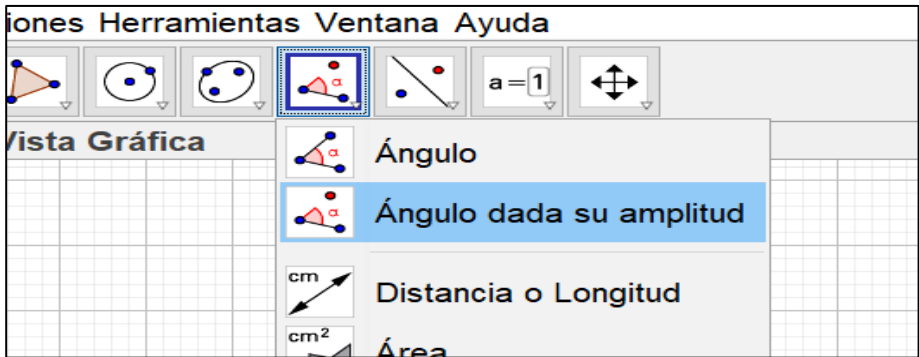


Figura 202. Herramienta Ángulo dada su amplitud

- Leemos el **mensaje de ayuda** donde nos dice **“Selecciona punto lateral y vértice, luego su amplitud”**, entonces hacemos **click** sobre la **Vista Gráfica** (sería el **punto lateral**), luego en otro lugar (sería **el vértice**) y luego me va a salir una **ventana** donde me pide **la amplitud**, allí escojo el nombre del deslizador en este caso **" α "** y damos **OK** (ver figura 203 – 204 - 205).



Figura 203. Herramienta Ángulo dada su amplitud

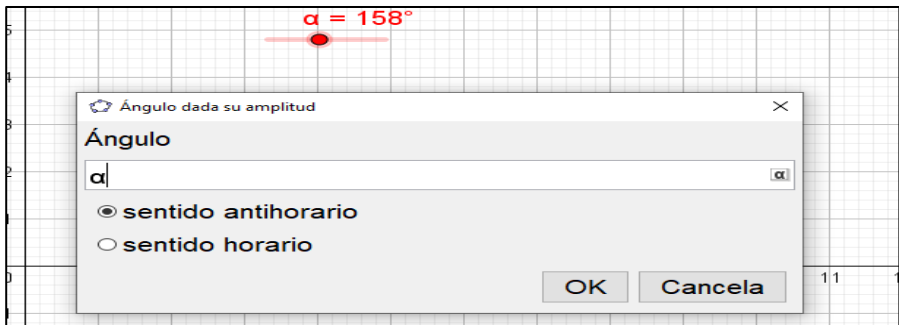


Figura 204. Ventana donde ingresamos la amplitud en este caso " α "

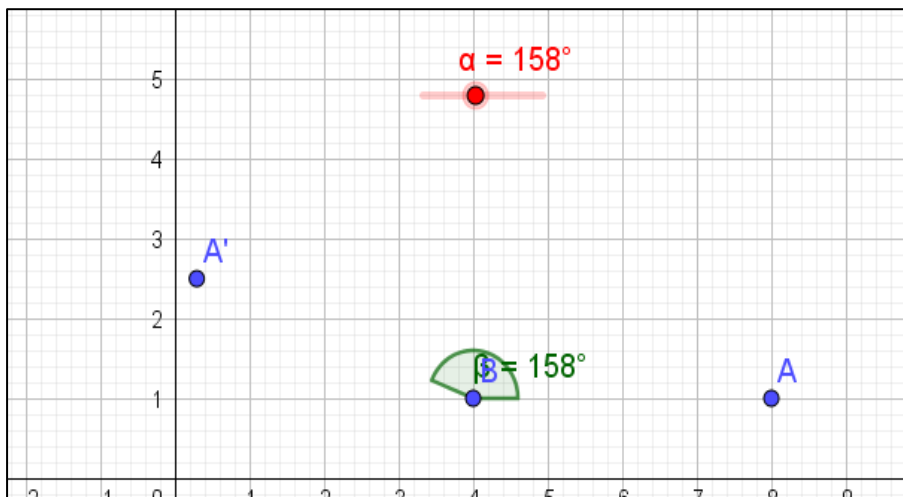


Figura 205. Angulo entrelazado con deslizador

- Con la herramienta **Vector** unimos el punto **B** con **A** y el punto **B** con **A'**, conforme vemos en la gráfica (ver figura 206 – 207).

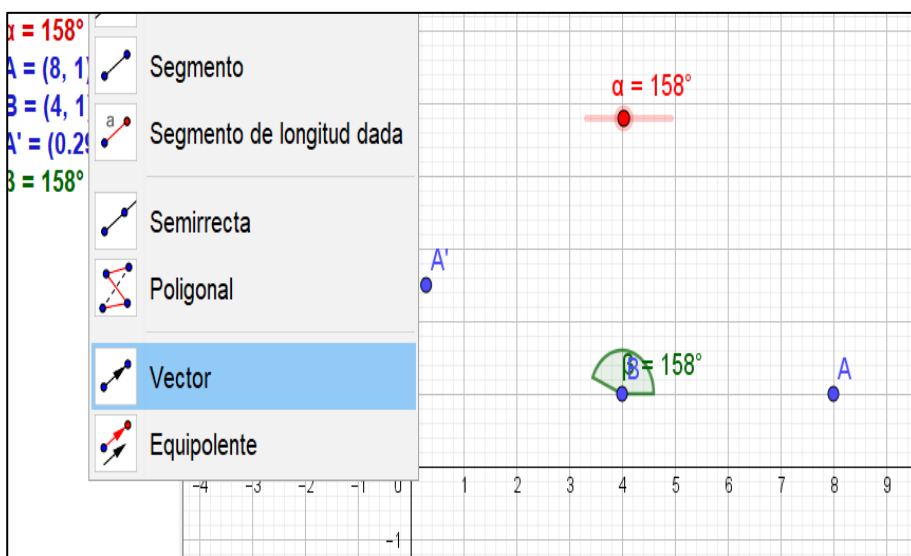


Figura 206. Herramienta vector

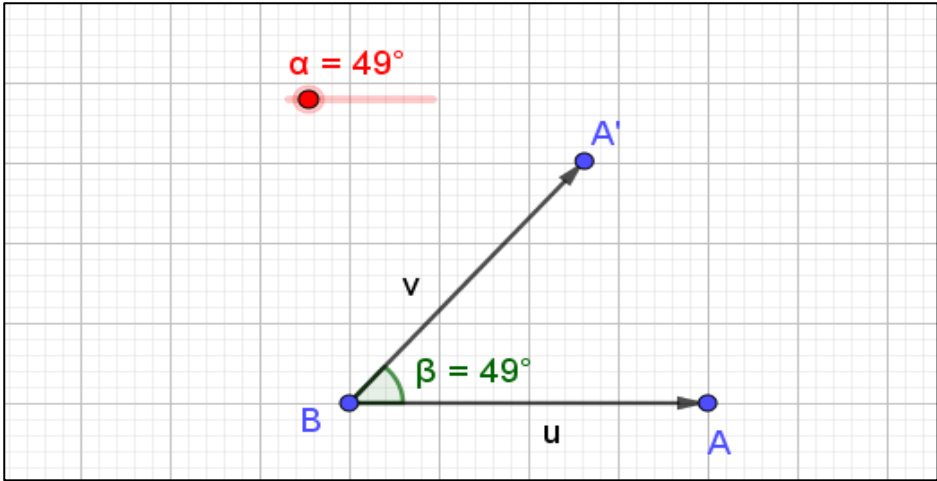


Figura 207. Unimos con la herramienta Vector B con A y B con A'

Paso 2: Seleccionamos la herramienta **Casilla de entrada** y hacemos **click** en la **Vista Gráfica** y sale una ventana donde nos pide ingresar el **Rótulo**, escribimos **"Ingreso Ángulo ="**, luego nos pide escoger el **Objeto vinculado** en este caso buscamos al deslizador " α " que nos servirá para ingresar cualquier valor del deslizador a través de la **Casilla de entrada** (ver figura 208 – 209).

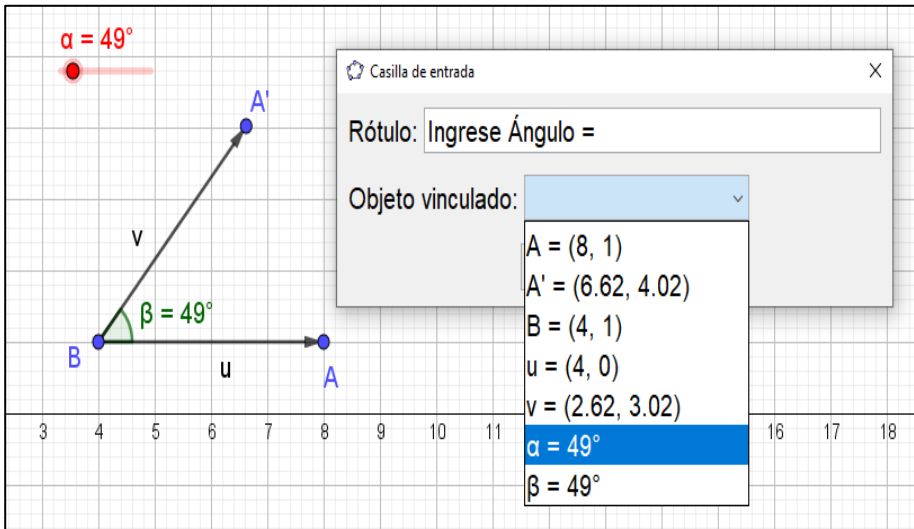


Figura 208. Ventana para definir el rótulo y el objeto vinculado

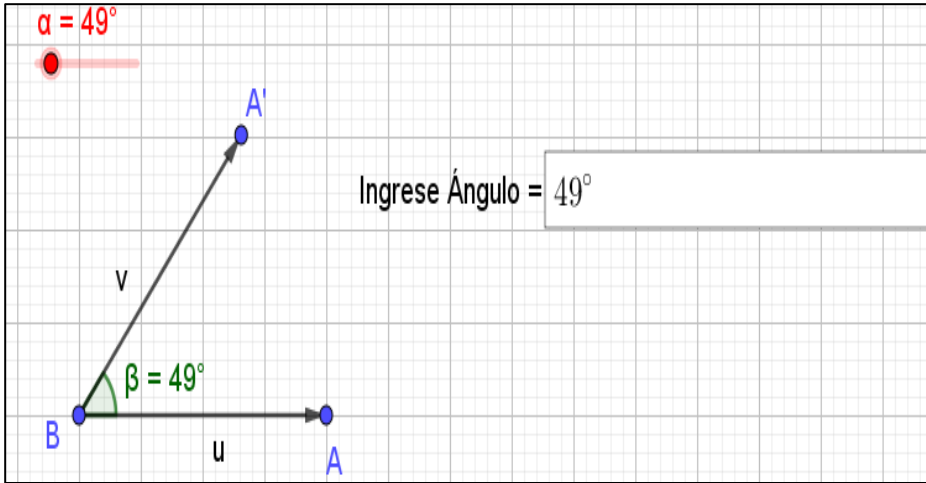


Figura 209. Objeto vinculado al deslizador " α "

- Haciendo **click derecho** sobre el nuevo **Objeto** damos **propiedades** como **color de fondo** y **longitud** de la **Casilla de entrada** (ver figura 210 – 211).

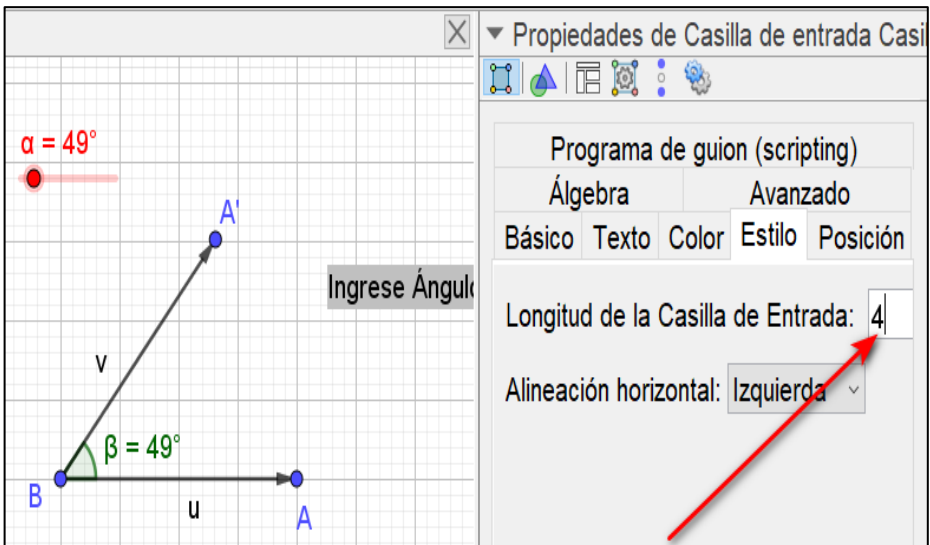


Figura 210. Click derecho en Propiedades del objeto para configurar la Casilla de entrada

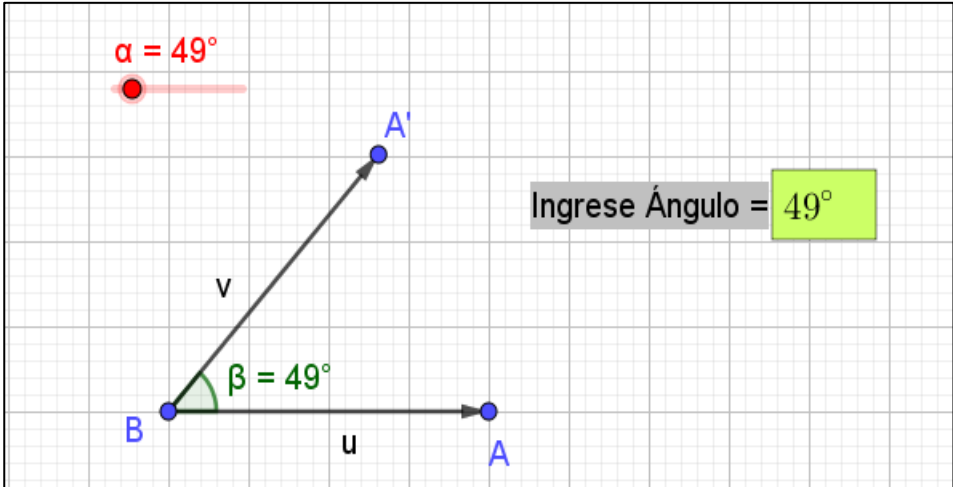


Figura 211. Casilla de entrada vinculada al deslizador

- Tenemos una **Casilla de entrada** que nos permitirá ingresar un ángulo por el **teclado**. Ocultamos el **deslizador** (no borrar) ya que nos bastará con la **Casilla de entrada** (ver figura 212).

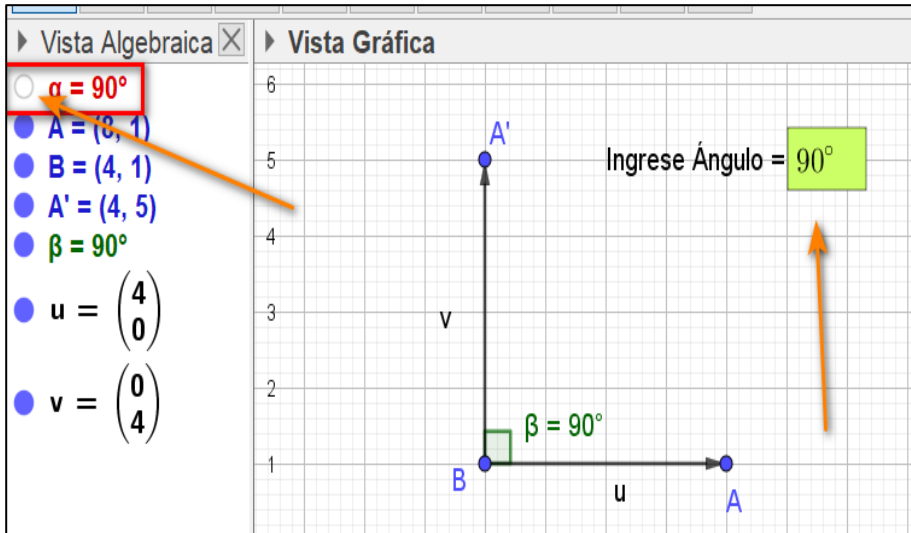


Figura 212 Casilla de entrada lista para ingresar el ángulo deseado

Paso 3: Hasta aquí ya tenemos una **Casilla de entrada** que evitará estar usando el deslizador. Buscaremos darle mayor **dinamismo** colocando un texto que nos indique el **tipo de ángulo**. Agregamos una **Vista Gráfica 2** para mejorar nuestra presentación y quitaremos **los ejes, cuadrícula** y daremos **color** a ambas **Vistas Gráficas**. Colocaremos un título en la **Vista Gráfica** en este caso escribiremos usando la herramienta texto **“TIPO DE ÁNGULO”** (usando la opción fórmula LaTeX) luego con **click derecho** sobre el objeto para darle **color** y **negrita** (ver figura 213 – 214 - 215).

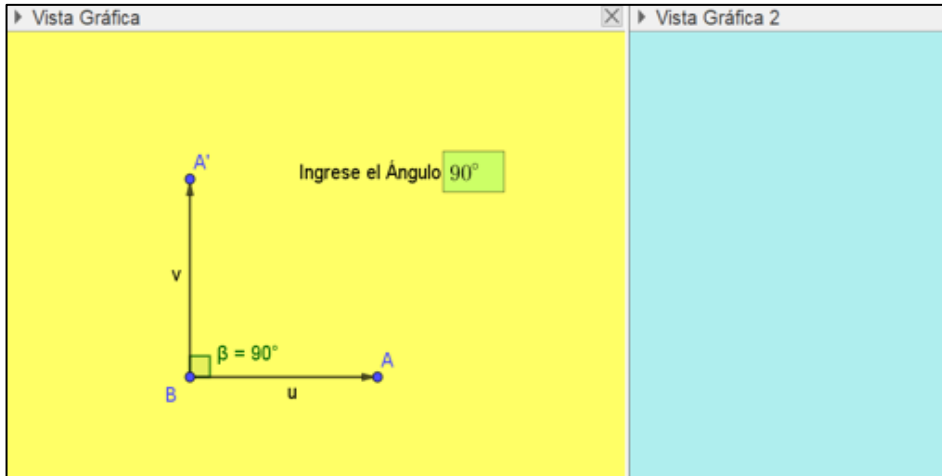


Figura 213. Vista Gráfica y Vista Gráfica 2 sin ejes, sin cuadrícula y con color de fondo

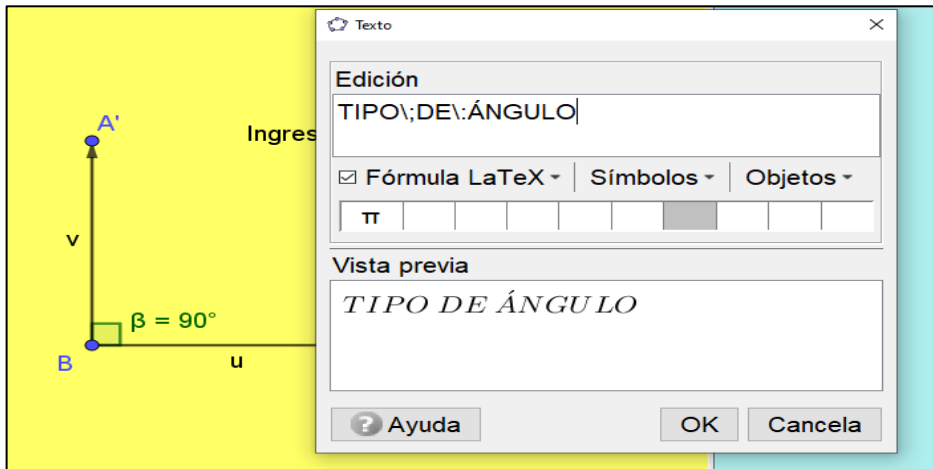


Figura 214. Con la herramienta Texto colocamos un título a la Vista Gráfica

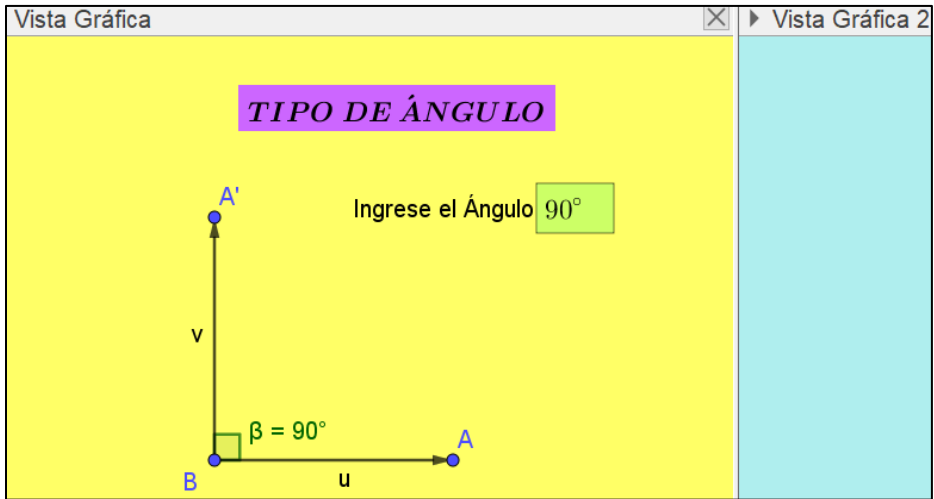


Figura 215. Vista Gráfica con título: TIPO DE ÁNGULO

Paso 4: En la **Vista Gráfica 2** ingresamos un **texto** que diga " α es un ángulo recto" (observe que " α " lo ingresamos como **Texto dinámico**) y así sucesivamente voy ingresando textos que digan " α es un ángulo obtuso", luego que diga " α es un ángulo cóncavo", según los tipos de ángulos solicitados (ver figura 216 – 217 – 218).

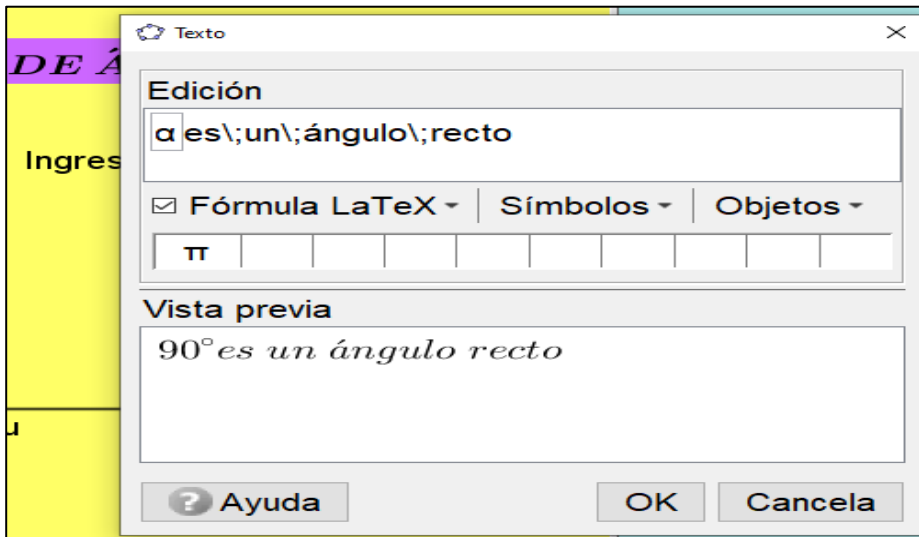


Figura 216. Con la herramienta Texto ingresamos " α es un ángulo recto"

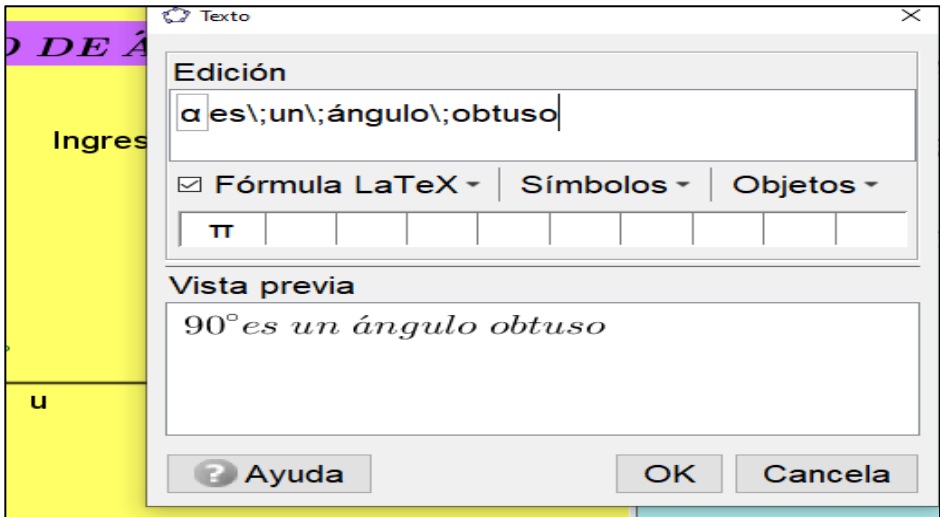


Figura 217. Con la herramienta Texto ingresamos " α es un ángulo obtuso"

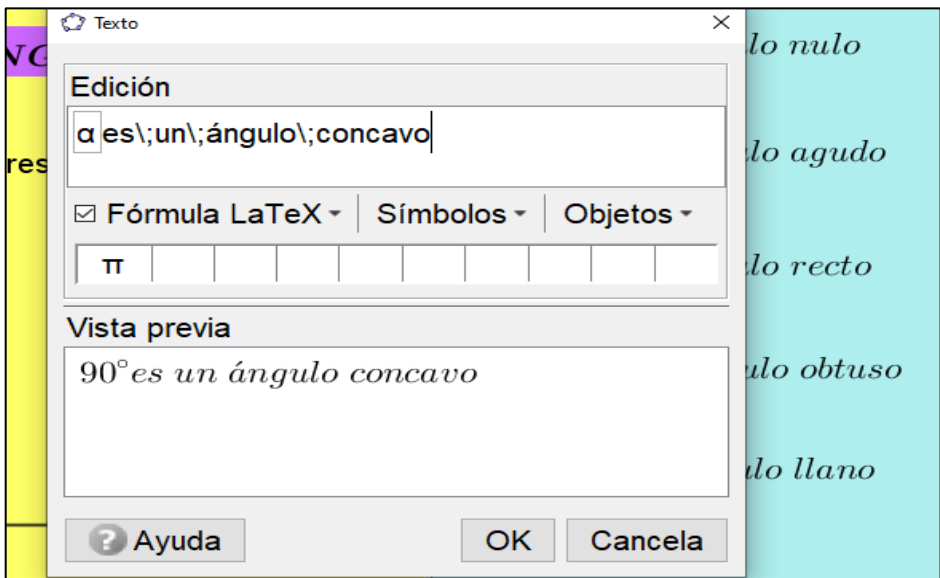


Figura 218. Con la herramienta Texto ingresamos " α es un ángulo concavo"

- Luego de ingresar los textos en la **Vista Gráfica 2**, haciendo **click derecho** sobre cada uno del texto damos color de fondo letra negra, tamaño de letra etc. (ver figura 219).

The image shows a software interface for defining an angle. On the left, a diagram shows a right angle at vertex B, with rays BA and BA'. The angle is labeled $\beta = 90^\circ$. The horizontal ray is labeled 'u' and the vertical ray is labeled 'v'. Above the diagram, the text 'Ingrese el Ángulo' is followed by a text box containing '90°'. To the right of the diagram is a list of angle types, each with a colored background and black text:

- 90° es un ángulo nulo
- 90° es un ángulo agudo
- 90° es un ángulo recto
- 90° es un ángulo obtuso
- 90° es un ángulo llano
- 90° es un ángulo concavo
- 90° es un ángulo completo
- 90° es un ángulo mayor a 360°

Figura 219. Vista Gráfica 2 con los textos ingresados

Paso 5: Ahora haremos que, al ingresar un ángulo por la **Casilla de entrada** en la **Vista Gráfica 2** nos aparezca el tipo de ángulo. Para realizar esto hacemos **click derecho** sobre cada uno de los textos, en **Propiedades del objeto** entramos a la viñeta de **Avanzado**, luego hacemos **click** y en **Condición para mostrar el objeto** colocamos el nombre de nuestro deslizador " α " (el cual está permitiendo el funcionamiento de la **Casilla de entrada**) y escribimos el valor del ángulo que haría que se muestre el texto, en este caso sobre el texto de " α es un ángulo nulo" estamos colocando que sea mostrado cuando el ingreso por la **Casilla de entrada** sea 0° (ver figura 220).



Figura 220. En Avanzado ingresamos que se muestre cuando $\alpha=0^\circ$

- En cada uno de los textos repetimos el proceso de condicionar su aparición con el valor del ángulo, que es ingresado por la **Casilla de entrada**, por ejemplo, en el texto de " α es un ángulo obtuso" condicionamos su aparición cuando es ingresado un valor de un ángulo que esté entre $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, en el texto de " α es un ángulo cóncavo" condicionamos su aparición cuando el ángulo ingresado es $180^\circ < \alpha < 360^\circ$ y así sucesivamente (ver figura 221 – 222 – 223).

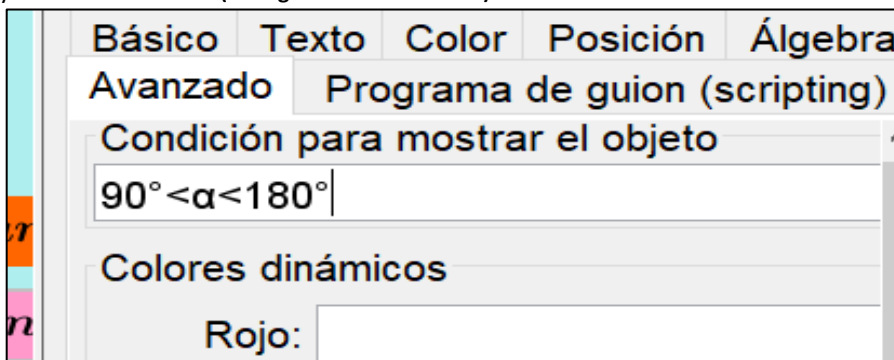


Figura 221. Condicionamos a que el texto se muestre cuando $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

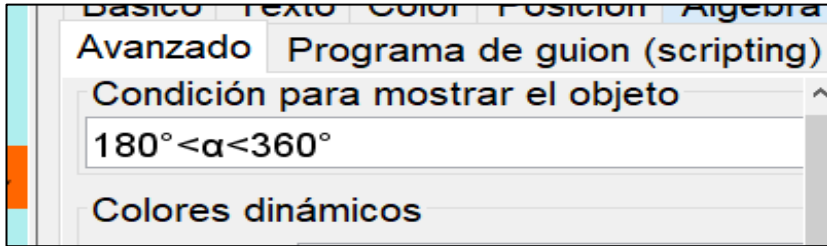


Figura 222. Condicionamos a que el texto se muestre cuando $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

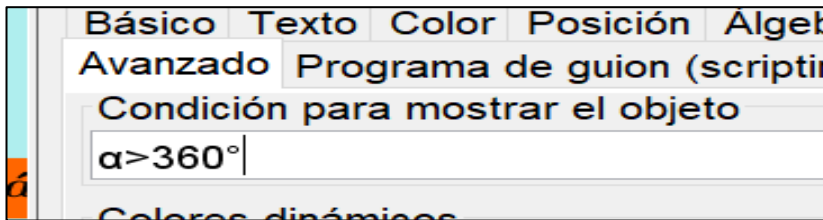


Figura 223. Condicionamos a que el texto se muestre cuando $\alpha > 360^\circ$

Paso 6: Para una mejor presentación hacemos que el ángulo que se está visualizando en la **Vista Gráfica** también se observe en la **Vista Gráfica 2**. Seleccionamos lo que queremos que se visualice haciendo **click derecho** y arrastrando el mouse sobre el gráfico del ángulo mostrado (dado que hay varios objetos), luego haciendo **click derecho** en la **Vista Gráfica 2** en **Propiedades del objeto** hacemos **click** en **Avanzado**, en la parte inferior en **Ubicación** seleccionamos el cuadrado de **Vista Gráfica 2** para que sea visto en ambas vistas graficas (ver figura 224 – 225).

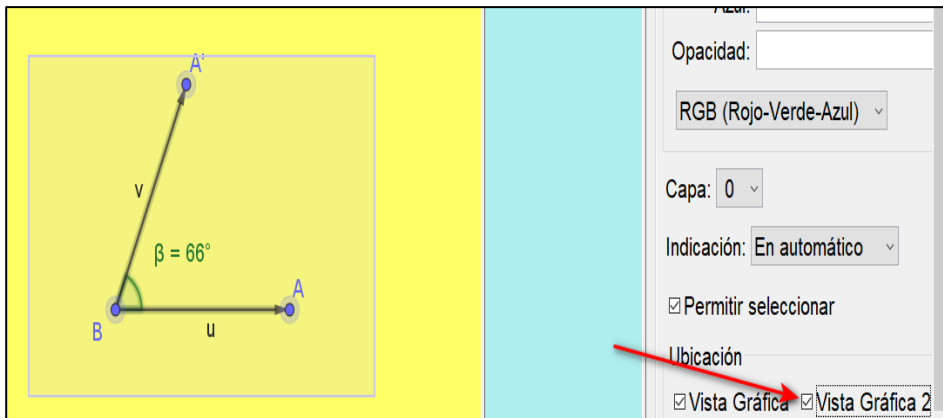


Figura 224. En Avanzado marcamos en el cuadrado Vista Gráfica 2

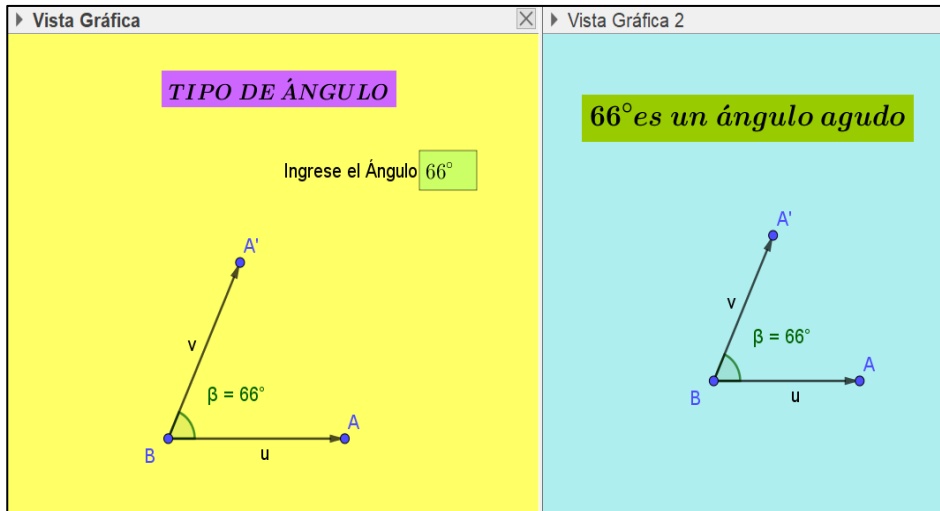


Figura 225. El ángulo aparece en las dos vistas gráficas

- Con la herramienta **Sector circular** que se encuentra en el **sexto icono**, procedemos según el **mensaje de ayuda que dice “Selecciona centro, luego dos puntos”, siguiendo** este mensaje primero seleccionamos el punto **B** (centro), luego el punto **A** y **A'**. Finalmente haciendo **click derecho** sobre el ángulo que está en la **Vista Gráfica 2**, vamos a **Propiedades del objeto** y le damos color y mayor **Opacidad** (ver figura 226 – 227 – 228).

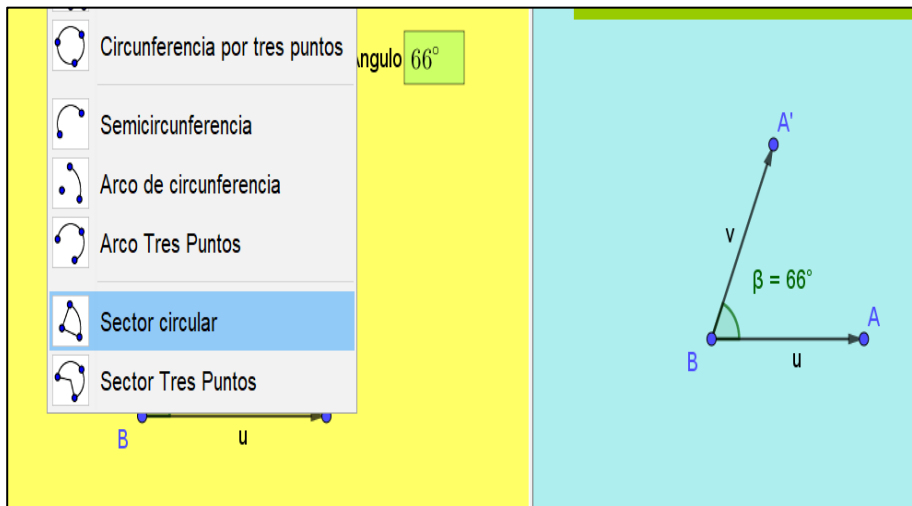


Figura 226. Seleccionamos la herramienta Sector circular

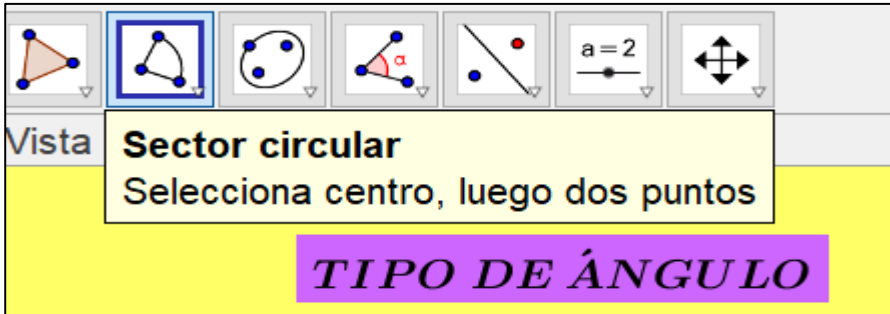


Figura 227. Mensaje de ayuda de la herramienta Sector circular

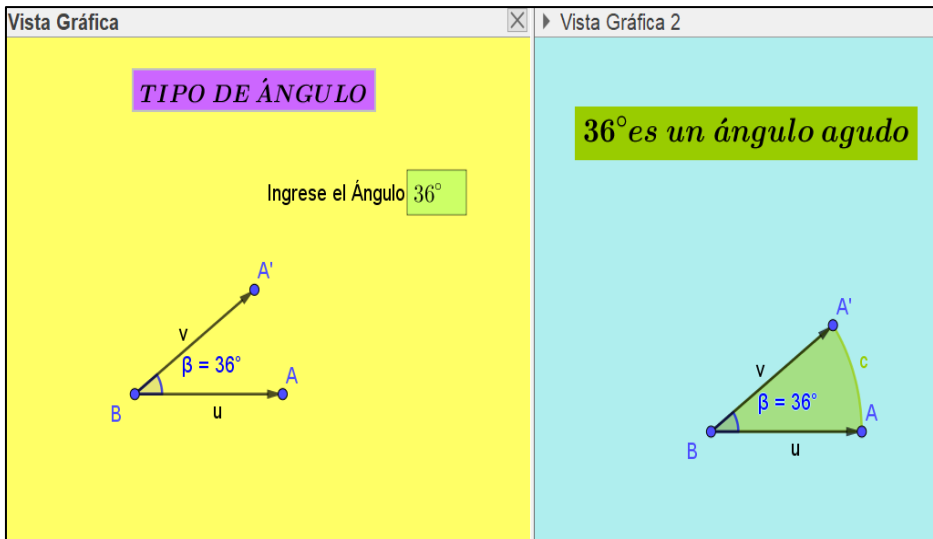


Figura 228. Presentación final de lo solicitado

Ejemplo 2: Crear una **Casilla de entrada** que nos permita ingresar y graficar funciones

Paso 1: Cambiamos el **color de fondo** (proceder como hemos visto anteriormente) y escribimos en la barra de entrada la función $f(x) = x^2$ (podemos ingresar cualquier función), hacemos **Enter** (ver figura 229).

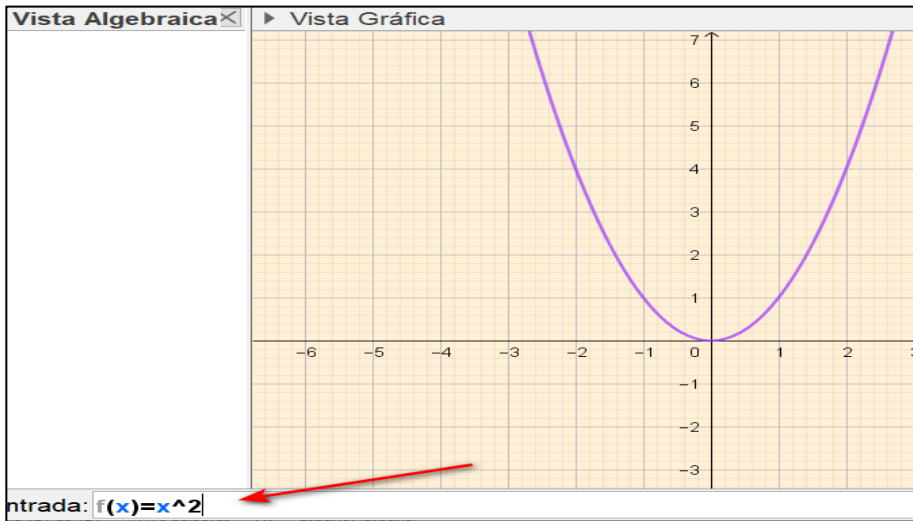


Figura 229. Ingresamos en la Barra de entrada la función $f(x) = x^2$

Paso 2: Seleccionamos **Casilla de entrada**, hacemos **click** en la ubicación deseada y aparecerá una ventana que nos pide le demos un **Rótulo** (colocamos **Función $f(x) =$**). Seleccionemos el **Objeto vinculado** (en este caso sólo tenemos un objeto vinculado) y damos **OK** (ver figura 230).

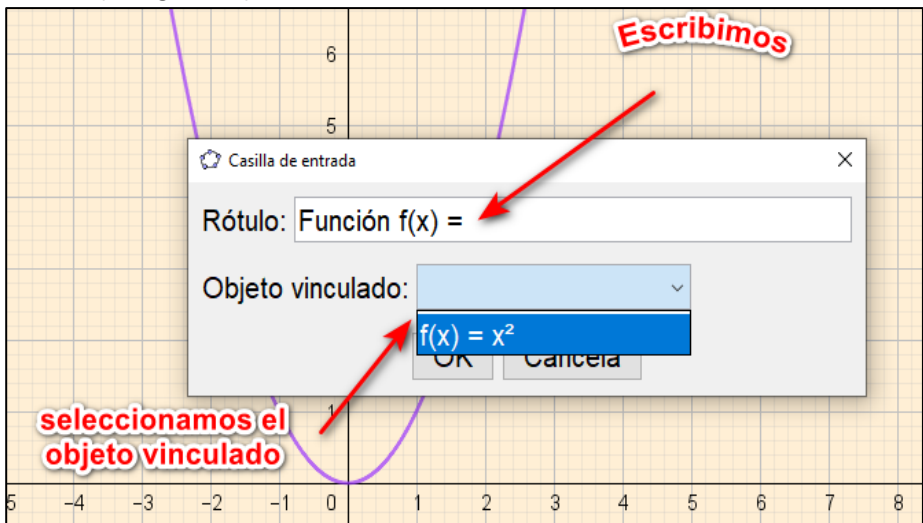


Figura 230. Ventada de la herramienta Casilla de entrada

- Luego de dar **OK** tendremos una **Casilla de entrada**. Haciendo **click derecho** sobre el objeto entramos a **Propiedades del objeto** para darle **color de fondo**, en **Estilo** configuramos la cantidad de **caracteres** o **lugares** que ocupará nuestro ingreso. También si deseamos podríamos cambiar **tamaño de letra** o darle **más o menos caracteres** entre otros atributos (ver figura 231 – 232 – 233).

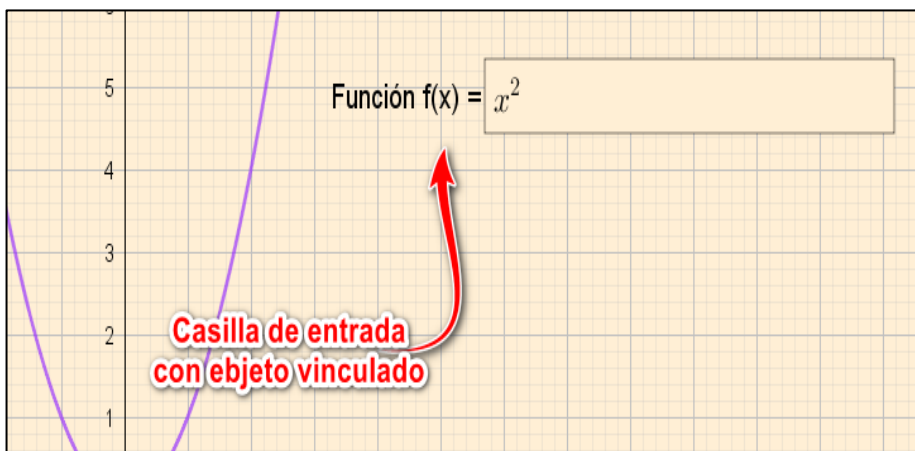


Figura 231. Casilla de entrada para el ingreso de funciones

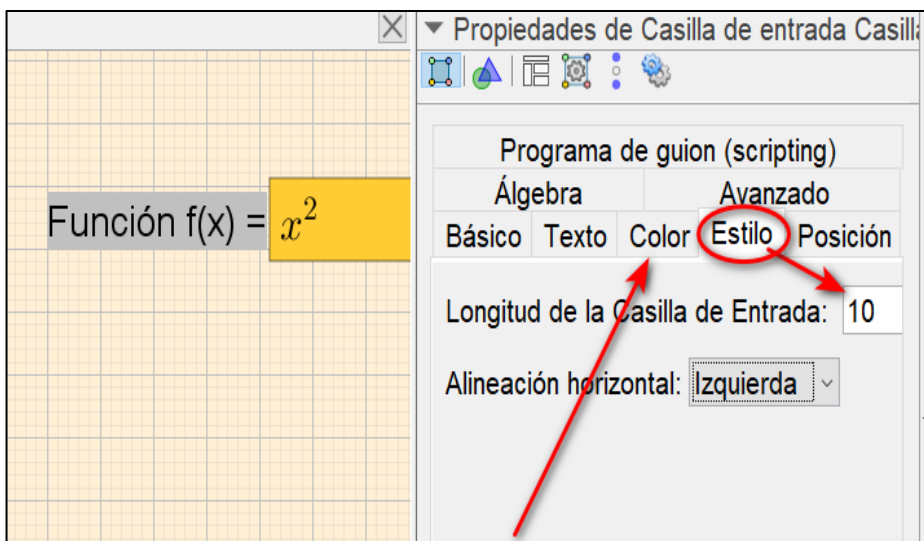


Figura 232. Hacemos click derecho sobre la Casilla de entrada para dar propiedades

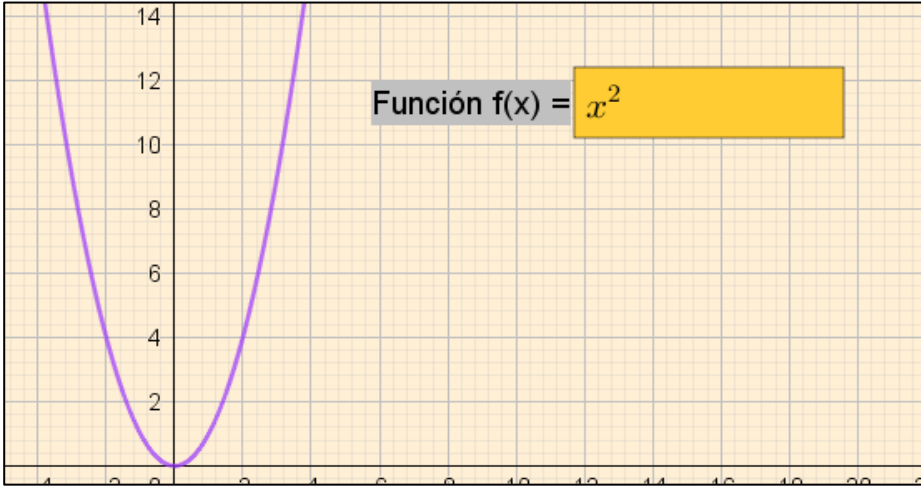


Figura 233. Casilla de entrada con atributo de color y espacio para 10 caracteres

- Tenemos la **Casilla de entrada** solicitada donde podemos ingresar cualquier función, que automáticamente es representada en la **Vista Gráfica** (ver figura 234 – 235).

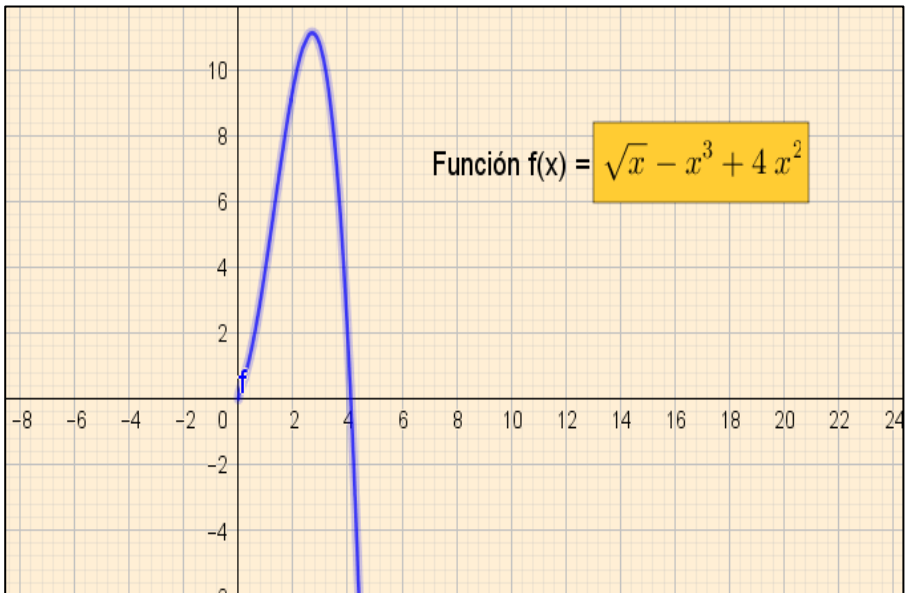


Figura 234. Ingresamos la función $\text{sqrt}(x) - x^3 + 4x^2$

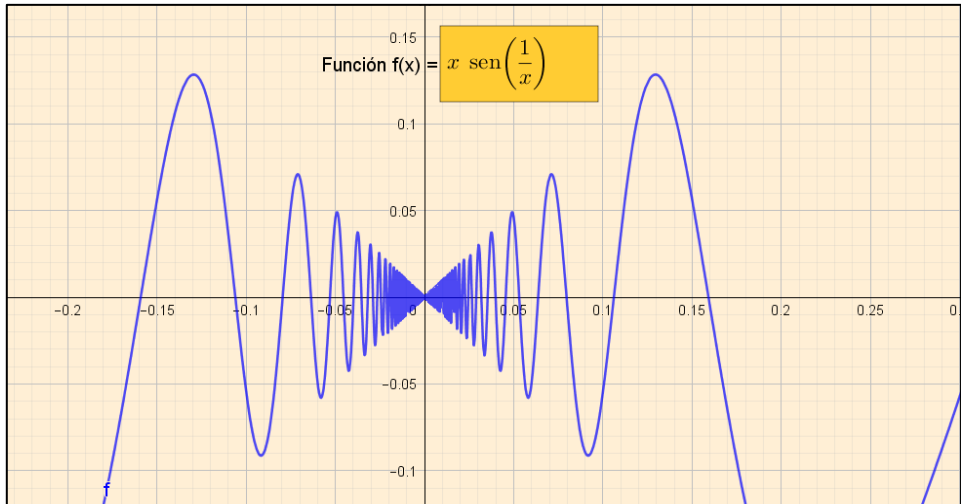


Figura 235. Ingresamos la función $x \cdot \text{sen}(1/x)$

Ejemplo 2: Crear una **Casilla de entrada**, que permita el ingreso de los vértices de un triángulo. Hallar el incentro, editar algunas propiedades.

Paso 1: Cambiamos de color de fondo a la **Vista Gráfica** e ingresamos a través de la **Barra de entrada** el punto **A, B** y **C** (por ahora coloquemos coordenadas que generen un triángulo), una vez que tenemos los tres puntos damos **click derecho** sobre cada uno de ellos y en **Propiedades del objeto** damos **color** y en la ventana de **Básico** damos **Nombre** y **valor** (ver figura 236 – 237).

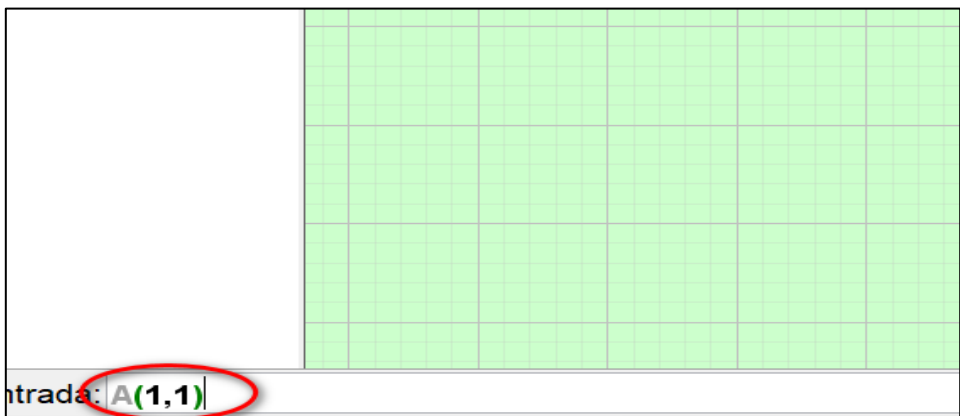


Figura 236. Ingresamos a través de la Barra de entrada el Punto A

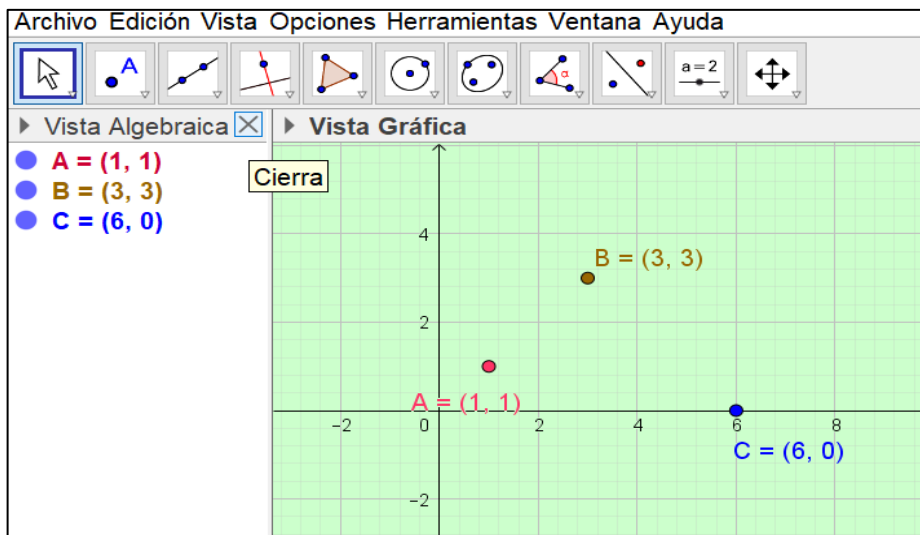


Figura 237. En Propiedades del objeto damos atributos a cada uno de ellos

Paso 2: Con la Herramienta **Polígono** que en su **mensaje de ayuda** nos dice “**Selecciona todos los vértices, luego el primero nuevamente**”, seleccionamos según lo indicado y tenemos un **Polígono** de lados a, b y c (ver figura 238 – 239).

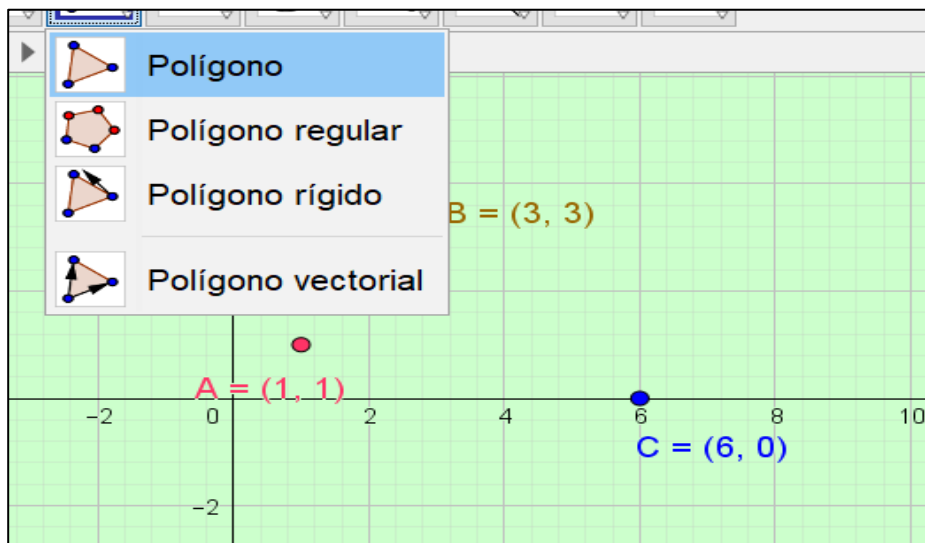


Figura 238. Herramienta Polígono

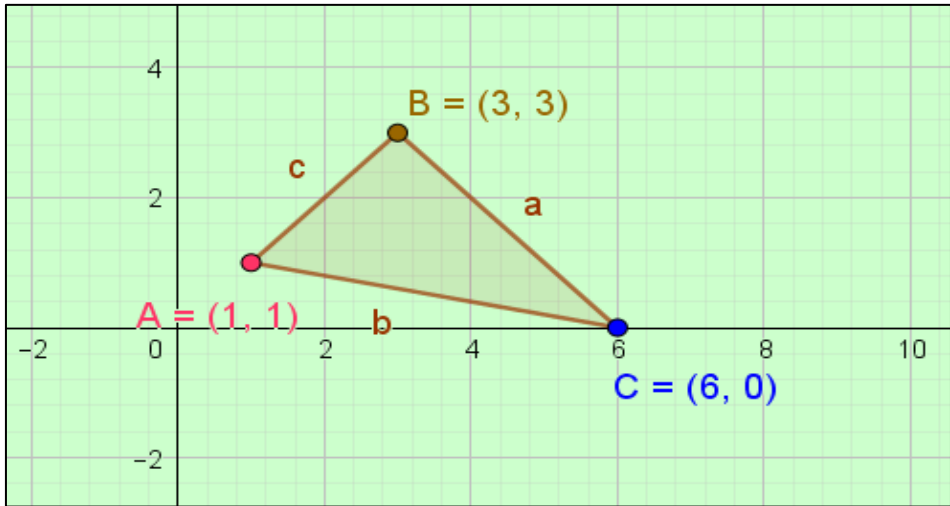


Figura 239. Triángulo de vértices A, B y C generado por la Herramienta Polígono

Paso 3: Seleccionamos la herramienta **Casilla de entrada** y haciendo **click** en la **Vista Gráfica**, tenemos la ventana donde en **Rótulo** escribimos “**Vértice A =**” y en **Objeto vinculado** seleccionamos el vértice **A**. Luego de dar **OK** repetimos el proceso para cada uno de los vértices (ver figura 240 – 241).

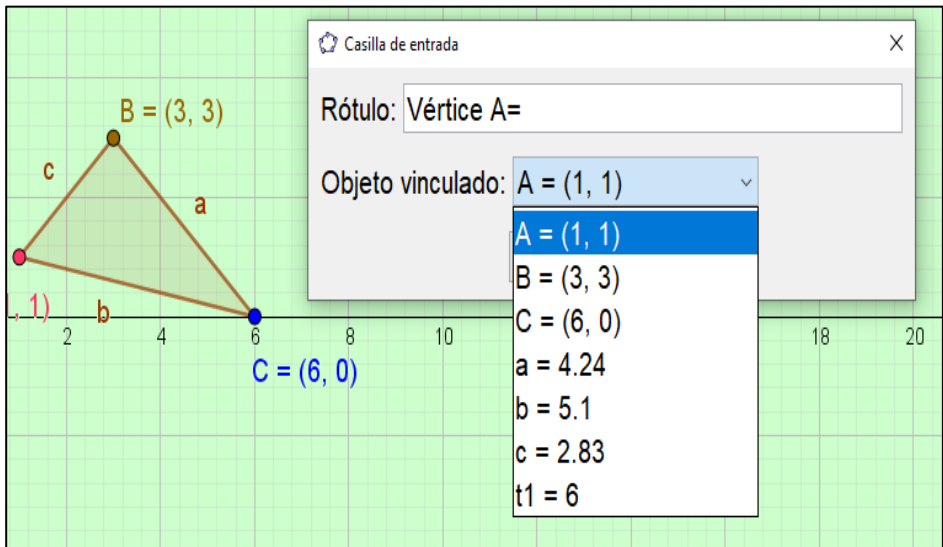


Figura 240. Ventana de la Casilla de entrada, para ingresar Rótulo y escoger el Objeto vinculado

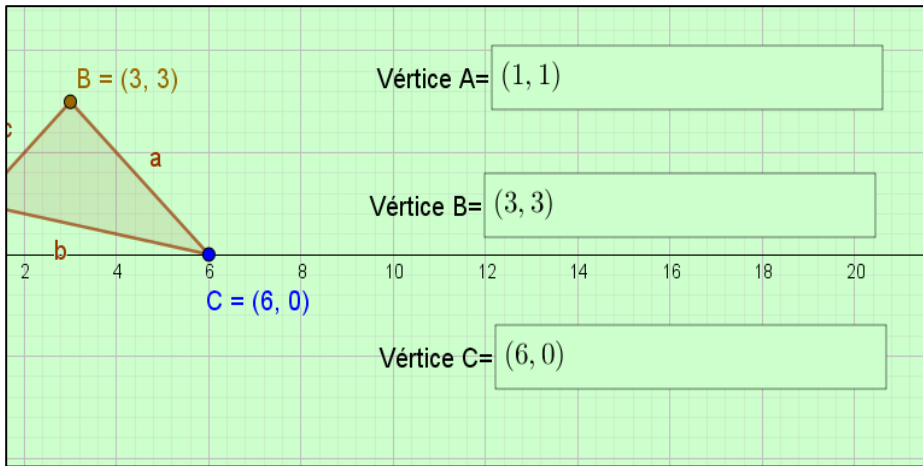


Figura 241. Casillas de entrada con sus respectivos Rótulos y Objetos vinculados

Paso 4: Haciendo **click derecho** sobre cada **objeto**, en **Propiedades del objeto** escogemos el **color** de la **Casilla de entrada**, en **Estilo** le damos **tamaño 5** y repetimos el proceso con cada uno de ellos (ver figura 242 – 243).

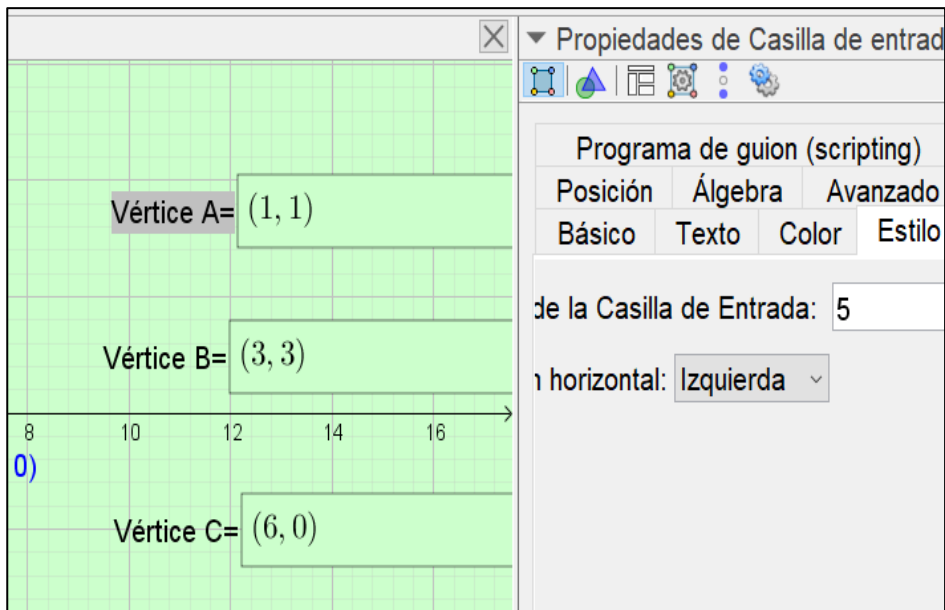


Figura 242. Casillas de entrada con sus respectivos Rótulos y Objetos vinculados

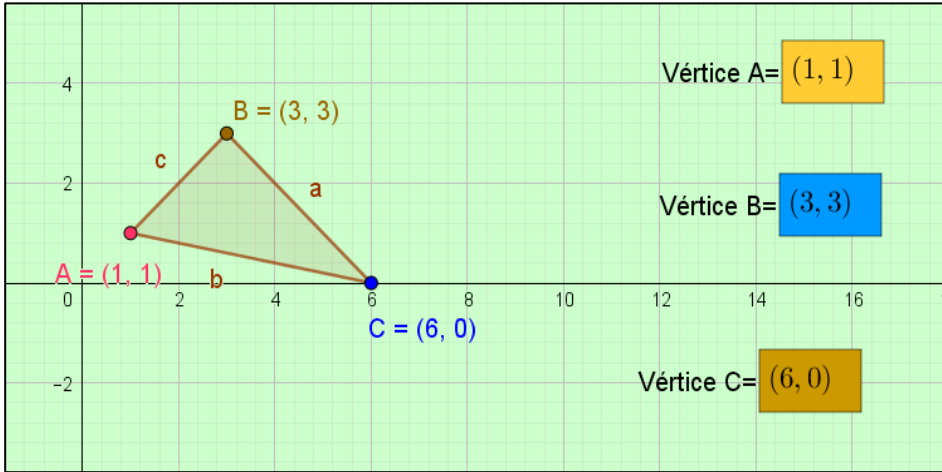


Figura 243. Casillas de entrada con las propiedades de color y tamaño

Paso 5: Con la Herramienta **Bisectriz** siguiendo lo señalado en el **mensaje de ayuda** hallamos cada una de ellas, con la herramienta **Intersección** (se encuentra en el cuarto lugar del segundo icono) hacemos **click** en dos de las bisectrices y tenemos el **punto de intersección** (Incentro). Dando **click derecho** sobre cada recta, en **Propiedades del objeto** escogemos un **color** y en **Estilo** seleccionamos trazo **punteado**. Haciendo **click derecho** sobre el punto D, en **Propiedades del objeto** lo Renombramos con el nombre de **Incentro** y hacemos que muestre su **Nombre y valor** (ver figura 244 – 245 – 246).

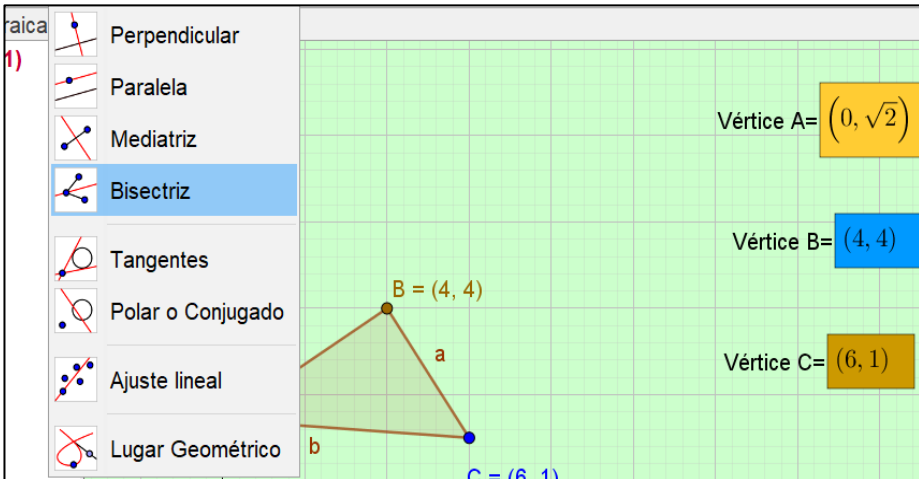


Figura 244. Herramienta Bisectriz

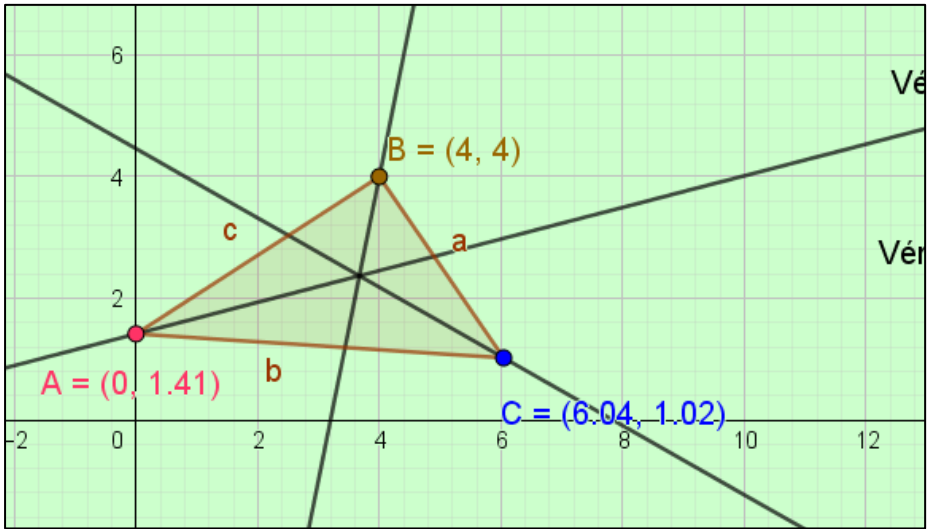


Figura 245. Hallamos las bisectrices de cada vértice

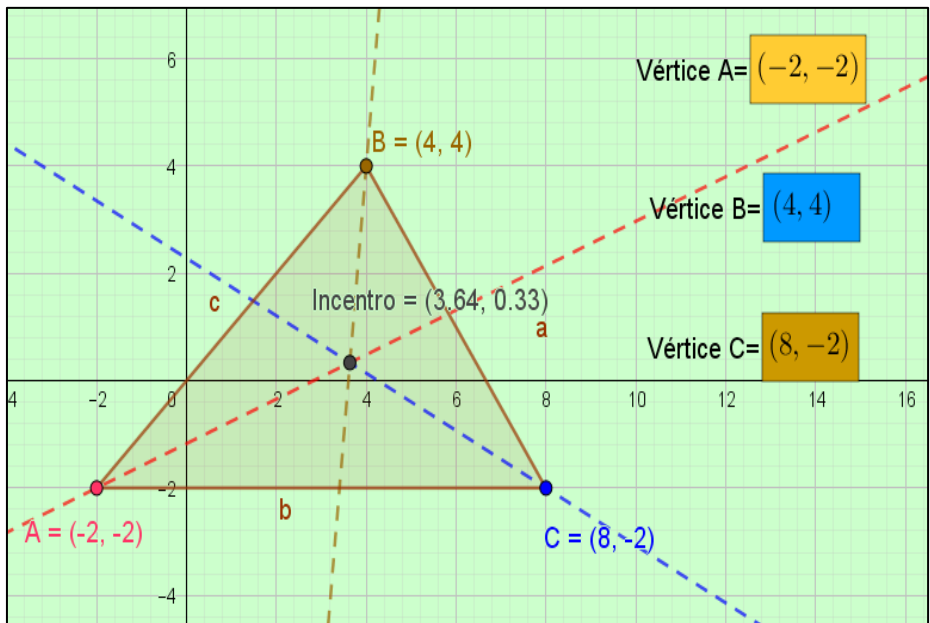


Figura 246. Triángulo cuyos vértices son ingresados en las Casillas de entradas

CASILLA DE CONTROL

Es una herramienta que se encuentra en el décimo icono de la **Barra de herramientas**. Sirve para ocultar o mostrar la construcción de uno o varios objetos, al seleccionar esta herramienta y pasar el puntero del mouse sobre el icono nos muestra un **mensaje de ayuda**, que pide seleccionar una posición en la **Vista Gráfica**, al hacer **click** sobre esta sale una ventana que solicita un **Rótulo** y la selección de **Objetos** a los cuales queremos mostrar u ocultar. Por lo tanto, para su uso debes tener objetos pre construidos (**ver figura 247 – 248**).

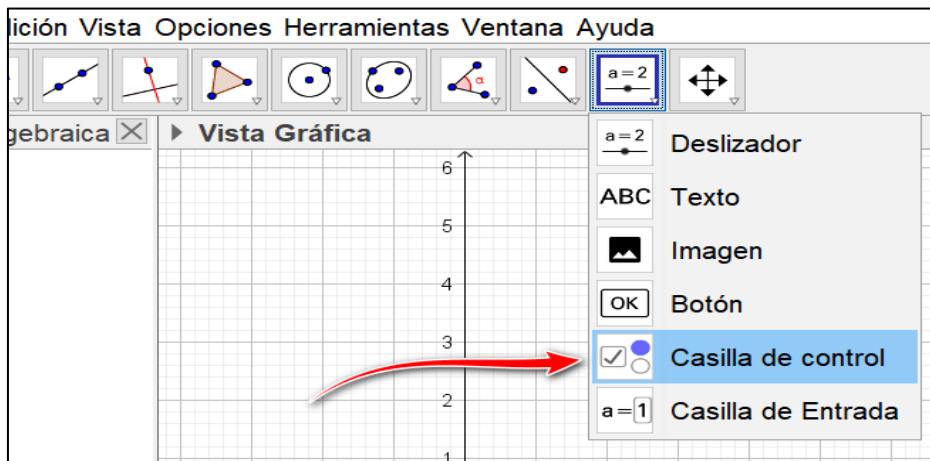


Figura 247. Herramienta Casilla de control

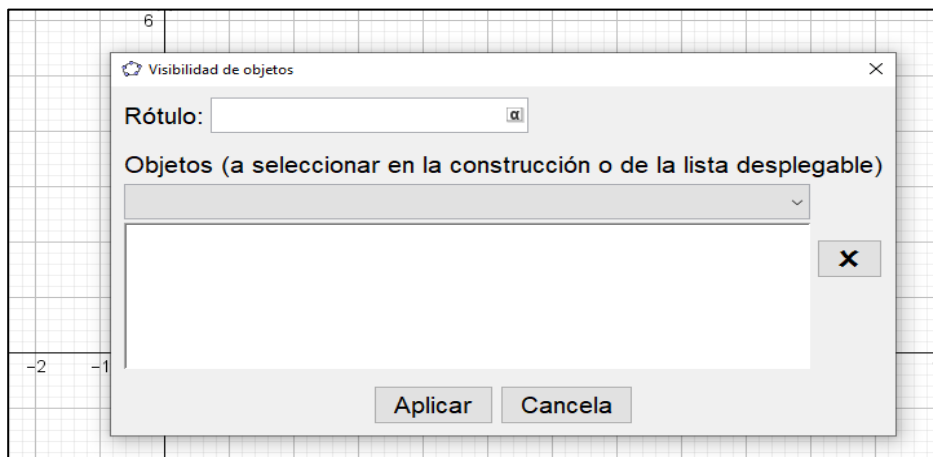


Figura 248. Ventana de la Casilla de control

Ejemplo 1: En el ejercicio dado anteriormente “Crear una **Casilla de entrada** que permita el ingreso de los vértices (números enteros) de un triángulo. Hallar el incentro, editar algunas propiedades”, utilizaremos **Casillas de control** para mostrar los **vértices, el triángulo, las rectas bisectrices y el punto Incentro**.

Paso 1: Estando en la **Vista Gráfica** del ejercicio mencionado, seleccionamos la herramienta **Casilla de control** y hacemos **click** en la ubicación deseada (esto es relativo luego al final podemos reacomodar la Casilla de control manteniendo el **click derecho** sobre el objeto y arrastrándolo a la ubicación conveniente) nos aparece una ventana donde nos pide un **Rótulo**, colocaremos “**Vértices**” y donde dice **Objetos** desplegaremos y seleccionaremos los objetos que queremos controlar haciéndolos que se muestren o que se mantengan ocultos. Finalmente hago **click** en aplicar (ver figura 249 – 250 – 251).

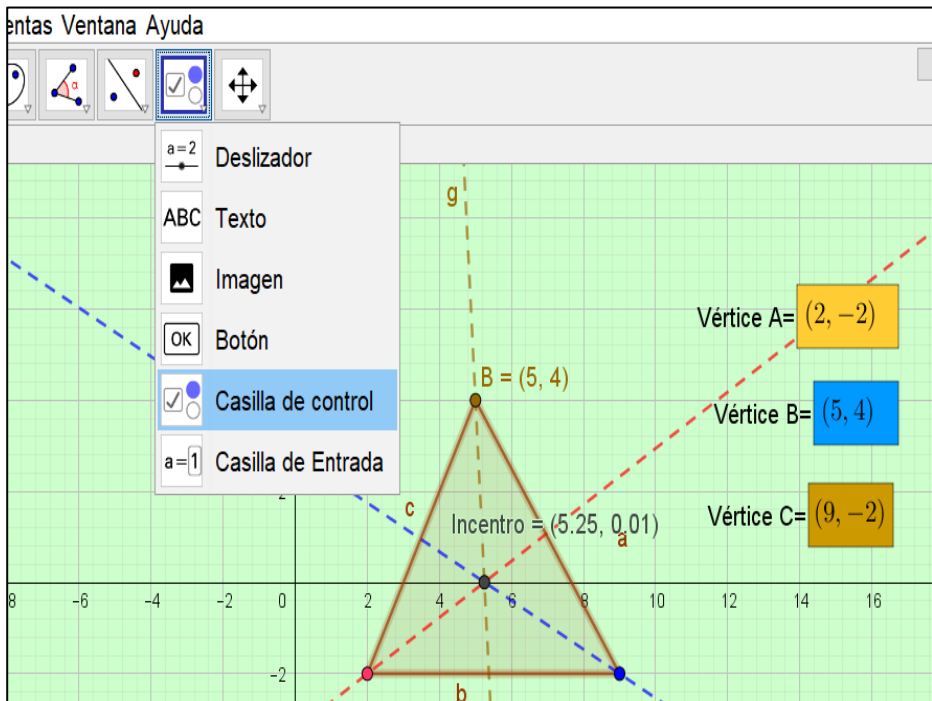


Figura 249. Casilla de control para el ejemplo realizado anteriormente

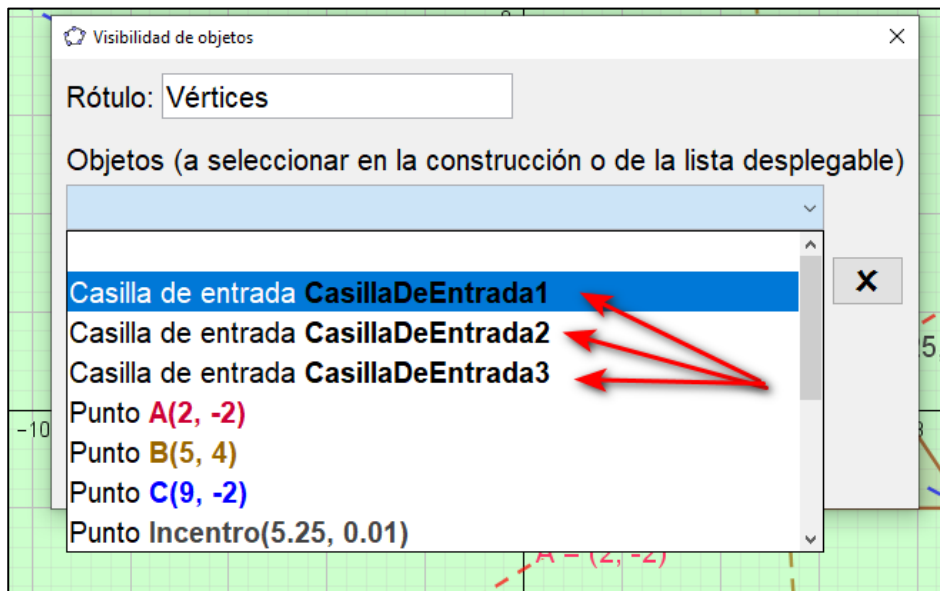


Figura 250. Ventana de la Casilla de control donde solicita el Rótulo y Objetos

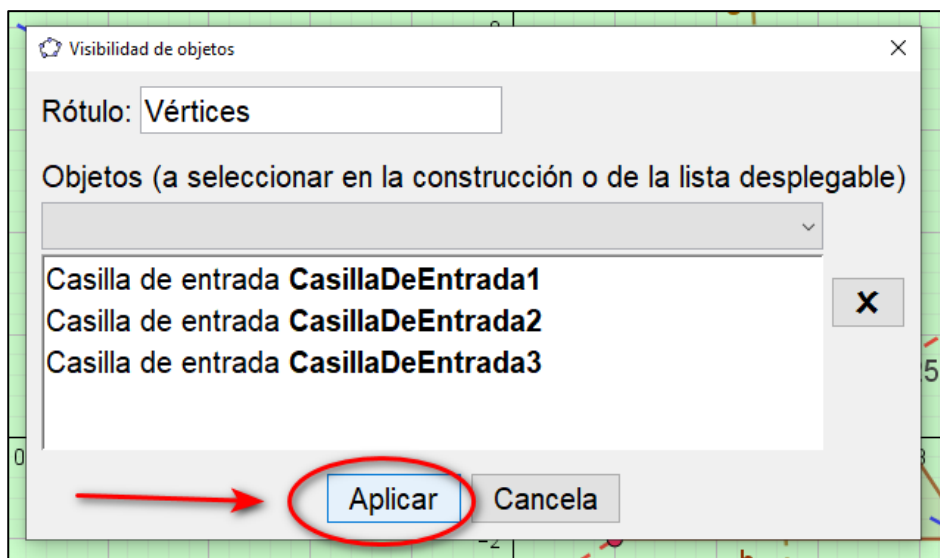


Figura 251. Hacemos click en Aplicar para que queden seleccionados

- Luego de dar **Aplicar** nos aparecerá la **Casilla de control**, que al dar **click** ocultará o mostrará los objetos seleccionados, en este caso mostrará los vértices (ver figura 252 – 253).

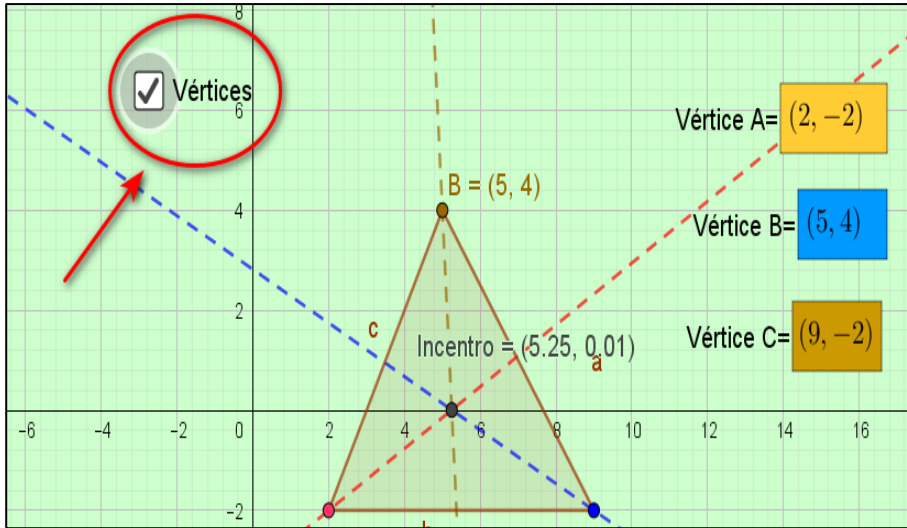


Figura 252. Casilla de control mostrando el ingreso de los vértices

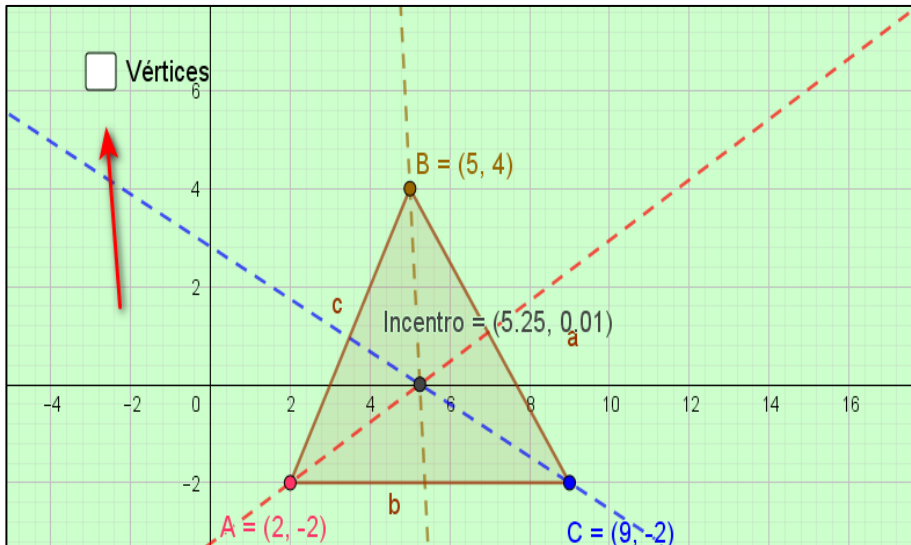


Figura 253. Casilla de control ocultando el ingreso de los vértices

Paso 2: Ahora repetiremos el proceso para controlar que se oculte o muestre el gráfico del triángulo. Luego de colocar el **Rótulo** seleccionamos todos los **Objetos** que queremos ocultar y damos **Aplicar** (ver figura 254 – 255 – 256).

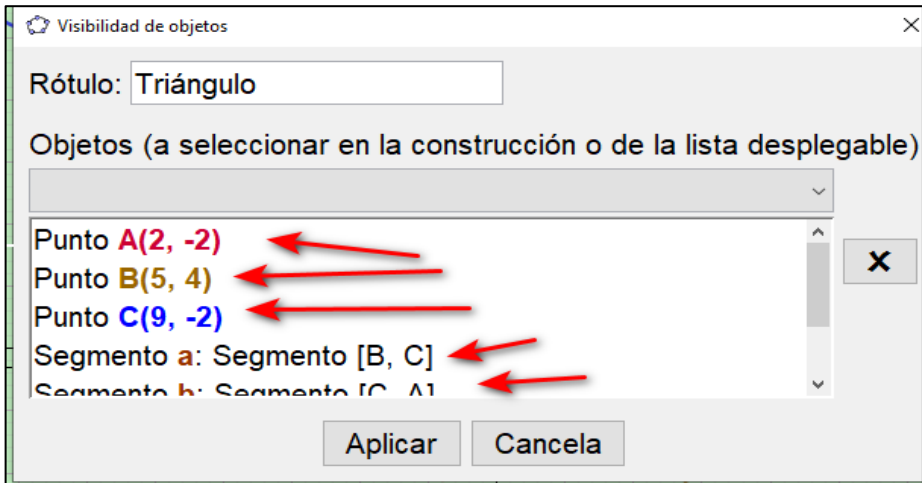


Figura 254 Seleccionamos los objetos a controlar

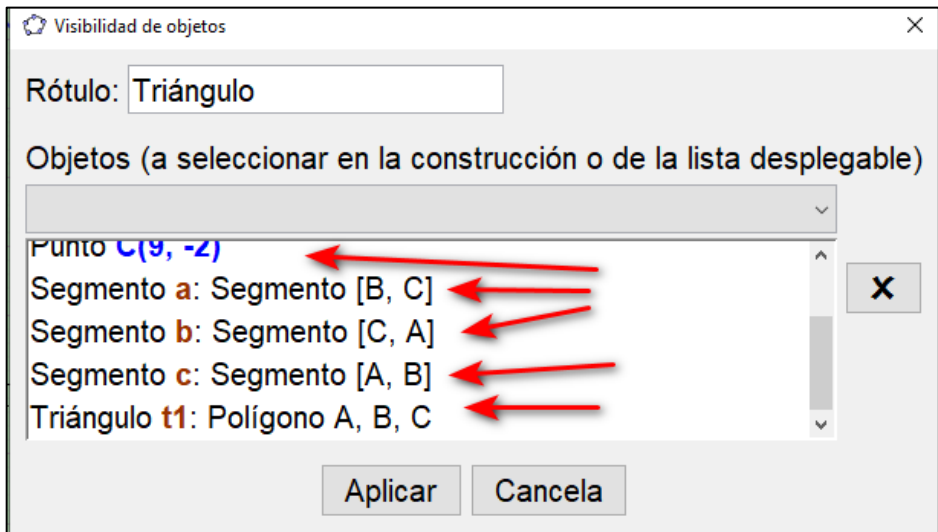


Figura 255. Seleccionamos el resto de los objetos a controlar y damos Aplicar

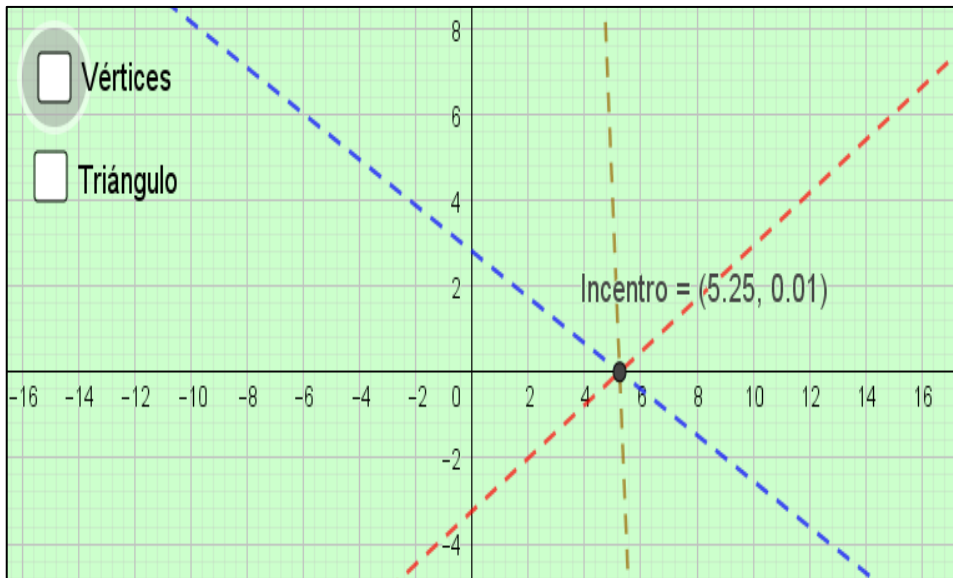


Figura 256. Casillas de control para los vértices y gráfico del triángulo

Paso 3: Repetimos el proceso para que se oculte o muestre las rectas **Bisectrices** del Triángulo, seleccionamos los **Objetos** relacionados y damos **Aplicar** (ver figura 257 – 258).

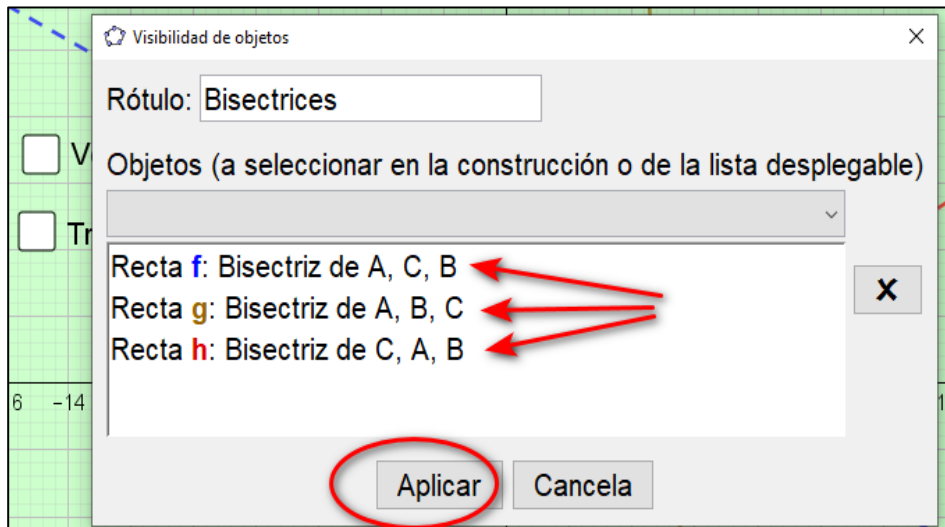


Figura 257. Seleccionamos los objetos a controlar

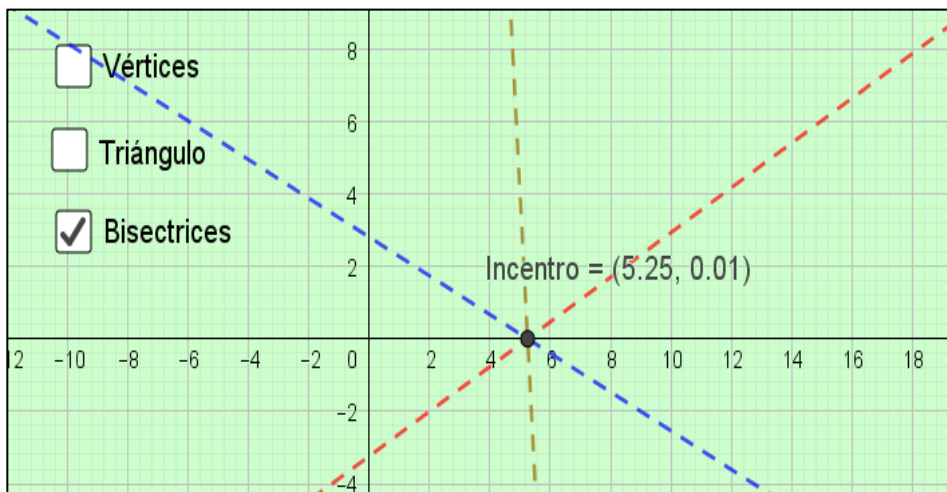


Figura 258. Casillas de control para vértice, triángulo y bisectrices

Paso 4: Ahora hacemos lo mismo para ocultar o mostrar el **Punto Incentro**. Procedemos de forma similar a los anteriores y tendremos cuatro casillas de control para ocultar o mostrar los Vértices, Triángulo, Bisectrices y Punto Interior (ver figura 259 – 260 – 261).

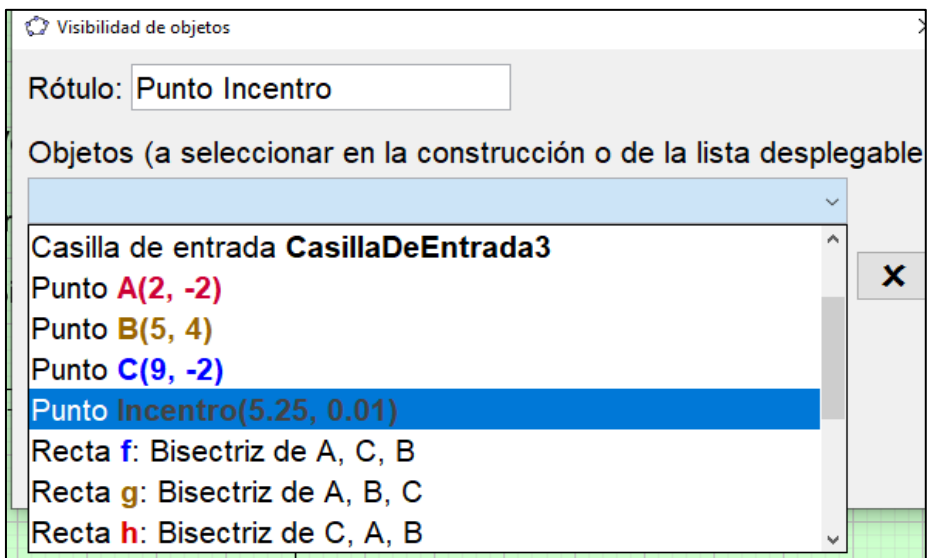


Figura 259. Casillas de control para Punto Interno

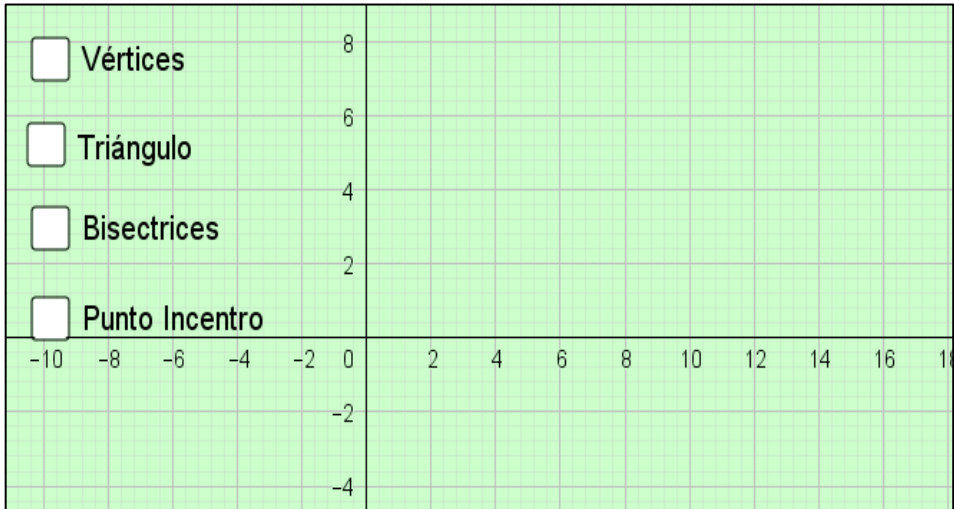


Figura 260. Casillas de control de los Vértices, Triángulo, Bisectrices y Punto Interior

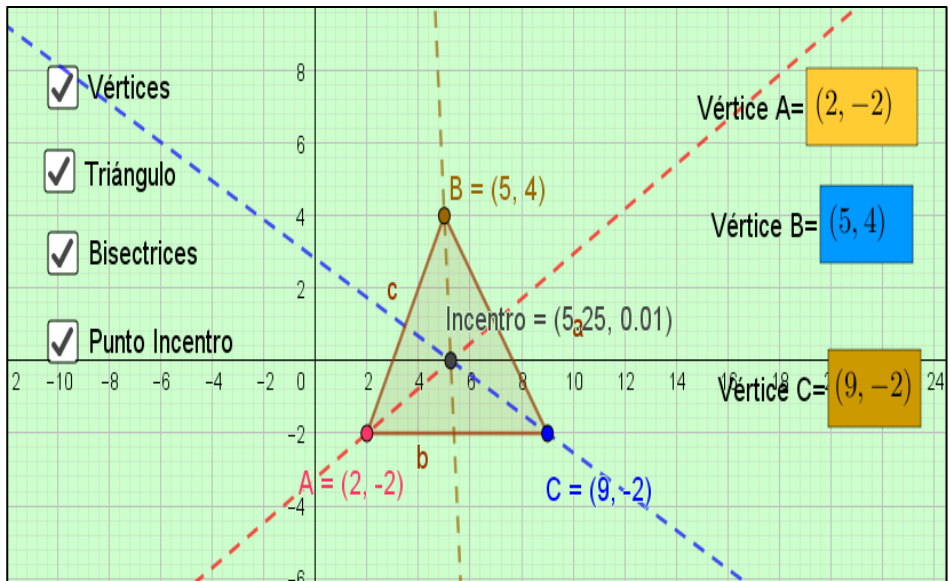


Figura 261. Casillas de control mostrando lo solicitado

EJERCICIOS PROPUESTOS N° 2

1. Crear polígonos de “n” lados, modificado por un deslizador llamado “N” de [3, 25] con incremento 1, editar el color y tamaño del deslizador
2. Crear un segmento de una longitud dada modificado por un deslizador llamado “L” de [0, 15] e incremento 0.5. Una casilla de entrada para ingresar la longitud.
3. Crear una recta de la forma $y = mx + b$ (pendiente “m” e intersección con el eje y en “b”) modificada por deslizadores. Editar color y que muestre la ecuación.
4. Crea una función de la forma $f(x) = x^n$, modificada por un deslizador “n” de [-8, 10] con incremento de 1, dar propiedades. Muestre la ecuación, editar la gráfica de la función.
5. Graficar la parábola usando deslizadores $(x - h)^2 = 4p(y - k)$, Dar edición, hacer notar el foco, vértice, ejes, muestre gráficamente el valor del lado recto. Agregar texto dinámico que muestre el vértice, el foco y la ecuación de la parábola y el valor del lado recto. Usar casillas de entrada y casillas de control.
6. Graficar ángulos suplementarios y complementarios. Usar fórmula LaTeX y texto dinámico para ver los ángulos suplementarios, editar.
7. Crear una secuencia de puntos (sucesión con rastro)
 - Creo un deslizador “n” de [1, 20] de incremento 1
 - Luego creo una sucesión (defino por decir $A_n = \frac{1}{n}$)
 - Luego un punto P = (n, A_n) luego doy rastro al punto y se muestra la sucesión
 - Observación el rastro va a desaparecer al dar una orden no se puede exportar podría llevarse recortando la pantalla y luego pegando.
8. Crear un texto que nos muestre por decir $\sqrt[n]{N}$ con
 - Crear dos deslizadores uno “n” de [1,20] y “N” de [1,100] con incremento 1.
 - Con texto dinámico formula látex buscar $\sqrt[n]{x}$, luego cambiar “n” por “n” de objeto dinámico y “x” por “N” de objeto dinámico. Crear por barra de entrada $N^{\frac{1}{n}}$

- Luego regresar al texto creado y agregar con objeto dinámico el resultado de $\frac{1}{N^n}$, Editar. Usar casillas de entrada.
9. Demostrar gráficamente el Teorema de Pitágoras.
 - Ingresar dos deslizadores “a” y “b” de [1, 10] incremento 1.
 - Crear un segmento con longitud dada “a” y establecer una recta perpendicular en el punto origen.
 - Crear un segmento con longitud dada “b” en el origen de “a” y girarlo y hacerlo coincidir con la perpendicular.
 - Unir los puntos con el comando polígono y luego establecer un polígono regular cada uno de los lados del triángulo, dar propiedades.
 - Ocultar las rectas, hacer ingreso de texto dinámico para mostrar el teorema.
 10. Graficar una elipse dada su ecuación, hacer casillas de entrada para los valores de “h”, “k”, “a” y “b”, usar los comandos vértices, directriz y foco, editar, luego en la Vista Gráfica 2 indicar de forma dinámica sus partes. Usar casillas de control.
 11. Graficar una Hipérbola dada su ecuación, hacer casillas de entrada para los valores de “h”, “k”, “a” y “b”, usar los comandos vértices, directriz y foco, editar, luego en una vista grafica 2 indicar de forma dinámica sus partes. Usar casillas de control.
 12. Crear un recurso que permita calcular el Área bajo una curva (Integral definida) utilice casilla de entrada para la función y los límites de integración, muestre el valor del Área con texto dinámico, muestre su grafica. Usar dos Vistas Graficas y casillas de control, editar.
 13. Crear un recurso que permita hallar el área entre dos curvas, utilice casillas de entrada para ingresar las funciones, límites de integración, texto dinámico para ver el resultado, muestre el gráfico. Usar dos Vistas Graficas y casillas de control, editar.

CAPÍTULO 2

APLICACIONES AL CÁLCULO INTEGRAL

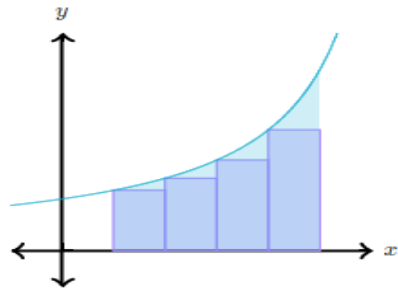
LA INTEGRAL DEFINIDA Y LA SUMA DE RIEMANN

Georg Friedrich Bernhard Riemann (Nació en Alemania, el 17 de septiembre de 1826, falleció en Italia, el 20 de julio de 1866). Fue quien ofrece por primera vez una **definición rigurosa de la integral de una función** en un intervalo (1854).

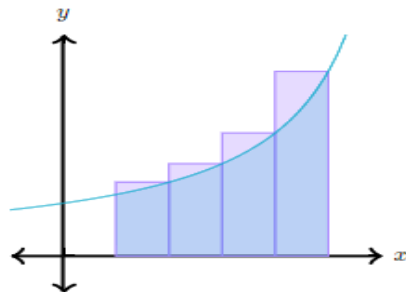


La Suma de Riemann es una aproximación del área bajo la curva, al dividirla en varios rectángulos o trapecios.

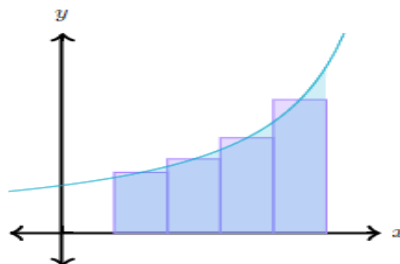
En una **Suma de Riemann Izquierda** (Suma Inferior) aproximamos el área con rectángulos, donde la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el extremo izquierdo de su base. (**Área por Defecto**)



En una **Suma de Riemann Derecha** (Suma superior) la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el extremo derecho de su base. (**Área por exceso**)

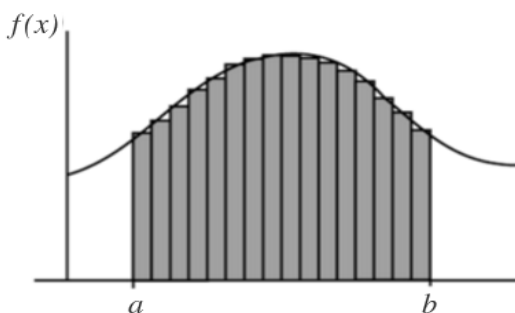


En una **Suma de Riemann de punto medio** la altura de cada rectángulo es igual al valor de la función en el punto medio de su base.

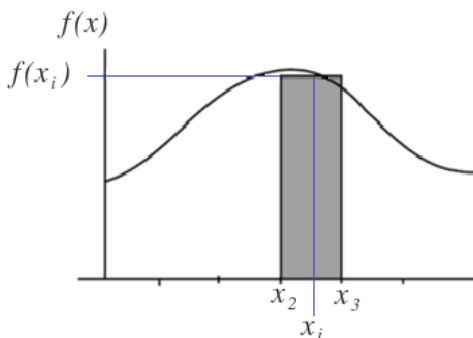


Observación 1.

Si los rectángulos los hacemos cada vez más pequeños, el cálculo del área se hace cada vez más exacto.



Si cogemos uno de esos rectángulos La base sería la diferencia de dos valores de x y la altura sería el valor de la función para $x = x_i$



Base = Δx

Altura = $f(x_i)$

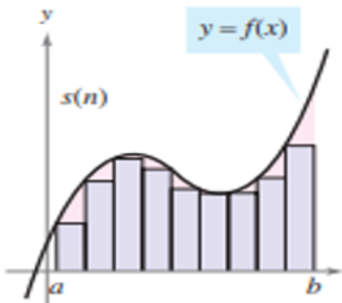
El área de cada rectángulo:

$$A_i = f(x_i) \cdot \Delta x$$

Observación 2.

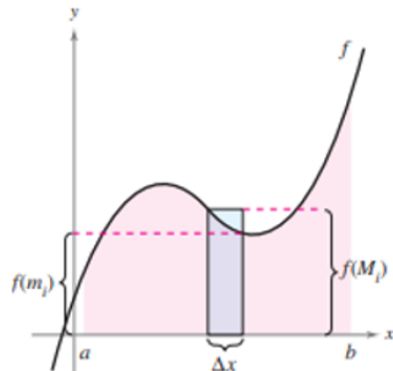
Consideremos una Región Plana limitada por la curva $y = f(x)$ sobre el intervalo $I = [a, b]$, donde f es continua y $f(x) \geq 0$ y dividamos a la región en un número finito de regiones rectangulares tal que:

a) Área por Defecto



El intervalo $[a, b]$ se divide en n intervalos de ancho: $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

Si elegimos un conjunto de puntos: $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ de una partición P de tal manera que $f(m_i)$ es el valor mínimo de f en $[x_{i-1}, x_i]$, para $i = 1, 2, \dots, n$



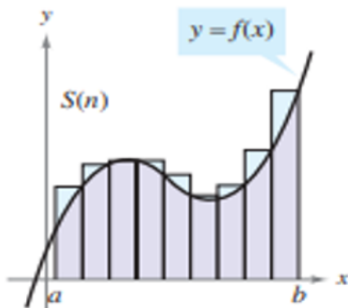
Área por Defecto (El área de los rectángulos inscritos es menor que el área de la región)

Denotemos:

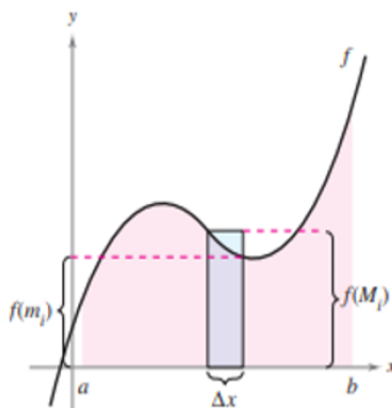
$$\underline{S}(P, F) = \sum_{i=1}^n f(m_i) \Delta_i x$$

b) Área por Exceso

Si elegimos un conjunto de puntos: $\{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ de una partición P de tal manera que $f(M_i)$ es el valor máximo de f en $[x_{i-1}, x_i]$, para $i = 1, 2, \dots, n$



El intervalo $[a, b]$ se divide en n intervalos de ancho: $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

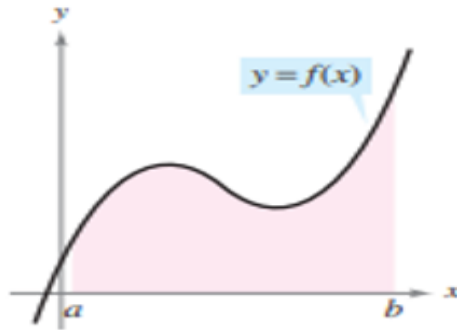


Área por exceso (El área de los rectángulos circunscritos es mayor que el área de la región)

Denotemos:

$$\bar{S}(P, F) = \sum_{i=1}^n f(M_i) \Delta_i x$$

El Área de la Región



VALOR EXACTO

$$A(R) = \int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta x \cdot \sum_{i=1}^n f(c_i)$$

$$\Delta_i x = \Delta x = \frac{b - a}{n}$$

$$c_i = a + i\Delta x$$

Tal que se cumple:

$$\underline{S}(P, F) \leq A(R) \leq \overline{S}(P, F)$$

RECURSOS CON GEOGEBRA APLICADOS A LA INTEGRAL DEFINIDA

ÁREA BAJO UNA CURVA

Ejemplo: Crear un recurso que permita calcular el **Área de una región** bajo una curva (**Integral definida**), ingresando la función por **Casilla de entrada**, el número de rectángulos, los límites de integración, halle las raíces, la **Suma superior de Riemann**, la **Suma inferior de Riemann**, la Suma trapezoidal. Editar (considerar intervalos donde la función es positiva).

Paso 1: Trabajaremos con las dos **Vistas Gráficas**, en la **Vista Gráfica 2** cambiaremos de fondo e insertaremos como imagen la foto de Riemann (**ver figura 262**).

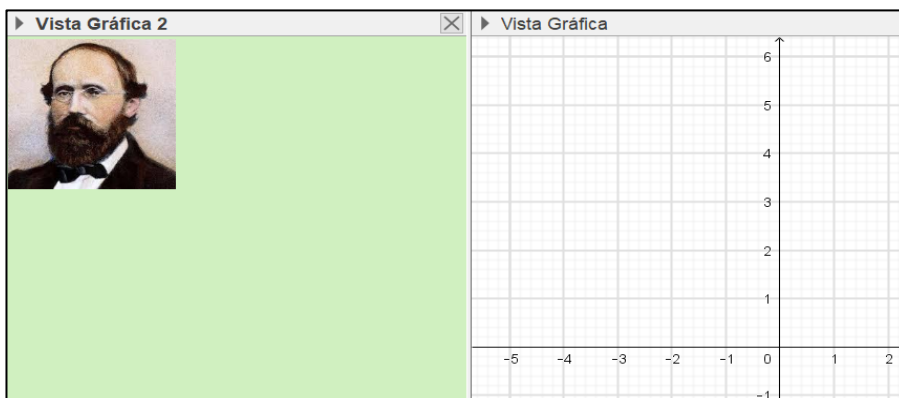


Figura 262. Trabajamos con dos vistas gráficas e insertamos una imagen

Paso 2: Como vimos anteriormente creamos una **Casilla de entrada** que nos permita hacer el **ingreso de una función** y otra **Casilla de entrada** a través de un **Deslizador** de nombre n que me permita ingresar el número de rectángulos (**ver figura 263**).

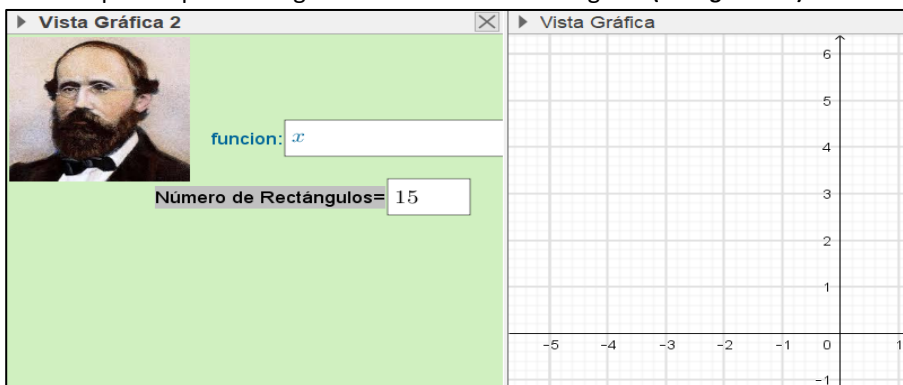


Figura 263. Creamos dos casillas de entrada: para la función y para el número de rectángulos

Paso 3: Creamos dos **Casillas de entrada** a través de **Deslizadores** para ingresar los límites de integración con nombre “a” y “b”. Un **texto dinámico** que nos muestre los límites de integración (ver figura 264).

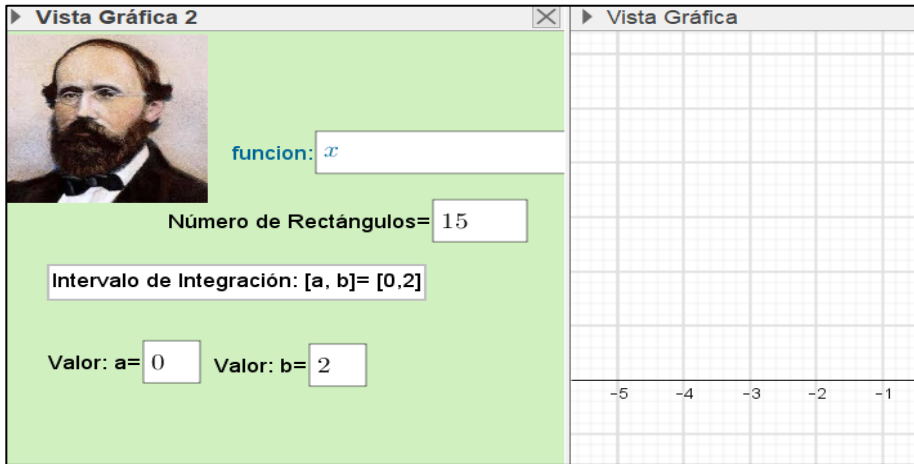


Figura 264. Creamos dos casillas de entrada para ingresar los límites de integración

Paso 4: Colocamos un **texto** simple para tener en cuenta que debemos hallar el área para funciones de valores positivos, esto es para evitar que las **Sumas de Riemann** tanto superior como inferior tengan valor positivo y negativos (ver figura 265).

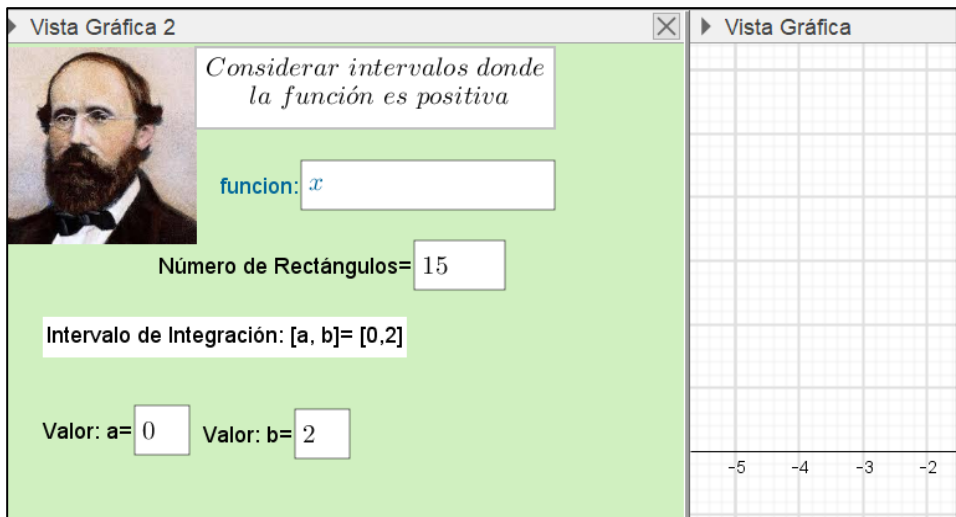


Figura 265. Ingresamos un texto solicitando que se ingresen funciones con valores positivos

Paso 5: Usamos los comandos para el cálculo de la **integral definida**, dos veces uno para que muestre el grafico sin el valor absoluto y otro con valor absoluto para el cálculo del área, considerando que el área siempre es positiva, luego ingresamos un **texto dinámico** para que nos muestre el valor del área, finalmente con una **Casilla de control** mostramos el área ligada a los límites de integración y la sumatoria ligado al número de rectángulos (**ver figura 266 – 267**).

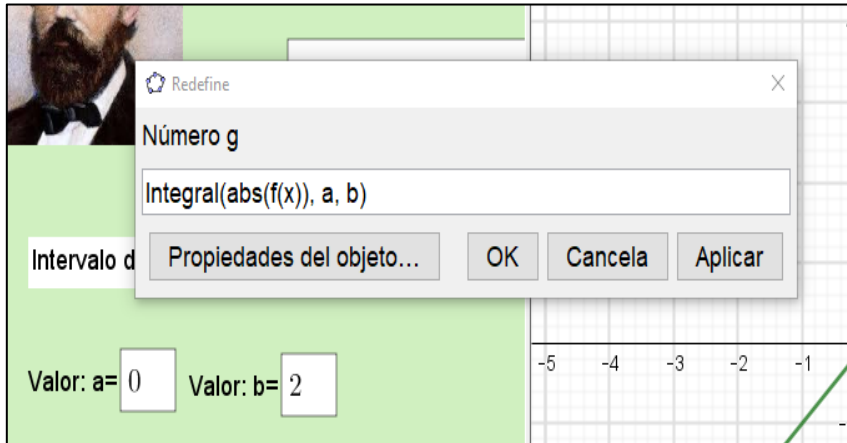


Figura 266. Usamos el comando Integral

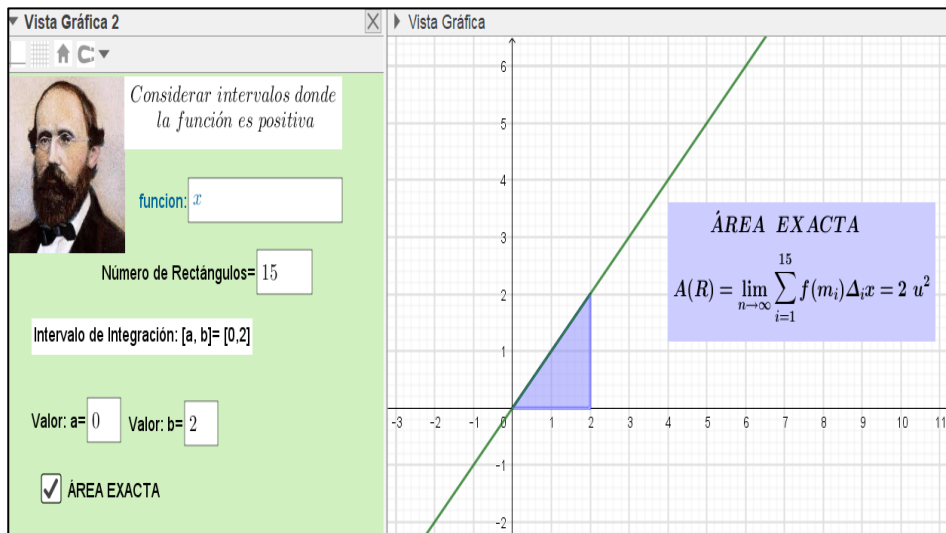


Figura 267. Podemos mostrar el área con una casilla de control

Paso 6: De igual manera para la **Suma superior**, **Suma inferior**, **Suma trapezoidal** vamos utilizando los comandos, creamos una **Casilla de control** para cada uno de ellos que me permita mostrarlos cuando se desee. Establecemos un **texto dinámico** que nos permita comparar las áreas halladas en correlación con la teoría para las sumas de Riemann y creamos un texto dinámico para raíces de la función. Editamos (**ver figura 268**).

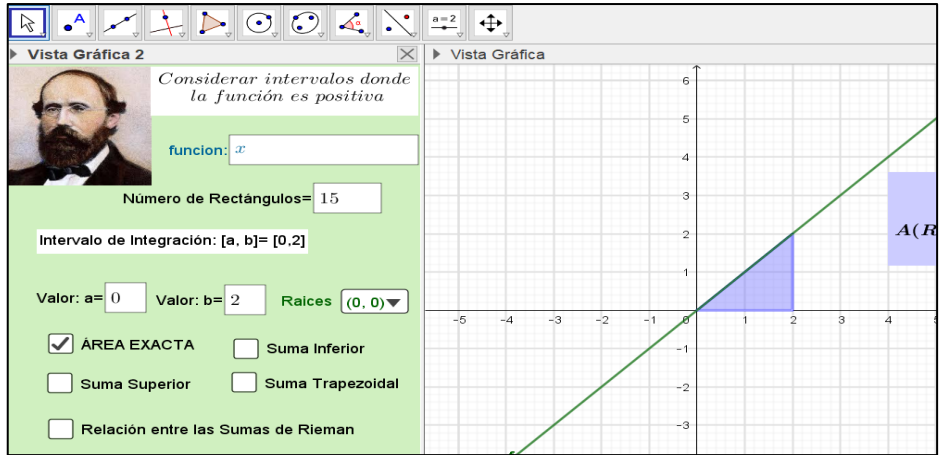


Figura 268. Recurso que muestra el área bajo una curva y la relación entre las sumas de Riemann

LINK DEL RECURSO 1

Área bajo una curva con Sumas de Riemann de funciones positivas (ver figura 269).

<https://www.geogebra.org/m/fkg3wtgn>

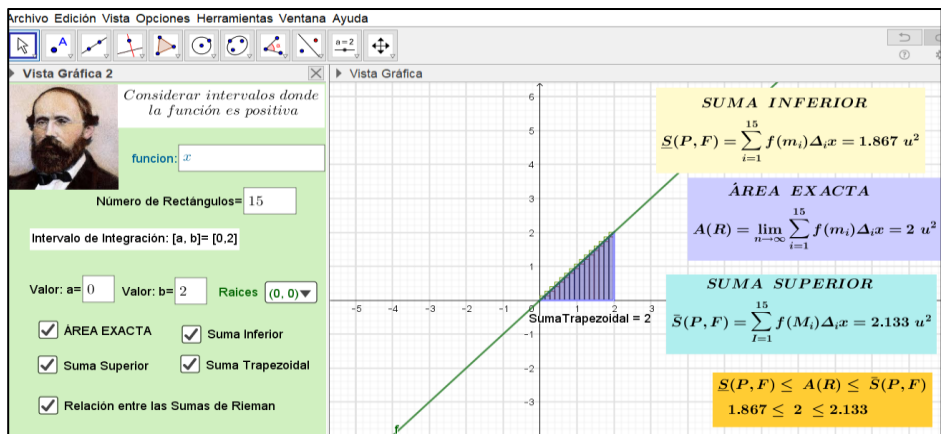


Figura 269. Recurso para hallar el área bajo una curva, Sumas de Riemann (ver link)

LINK DEL RECURSO 2

Área bajo una curva con funciones en general (ver figura 338).

<https://www.geogebra.org/m/d4dxtnuu>

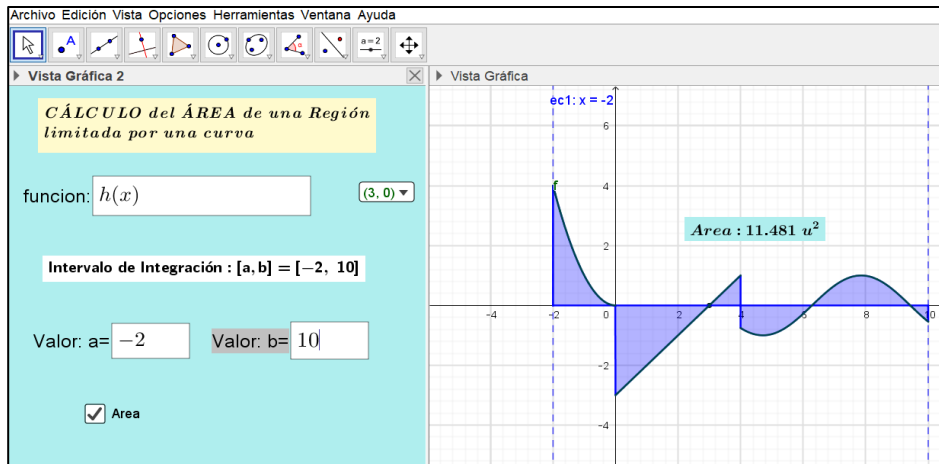


Figura 338. Recurso para hallar el área bajo una curva (ver link)

LINK DEL RECURSO 3

Área entre dos curvas (ver figura 339).

<https://www.geogebra.org/m/wxygxujm>

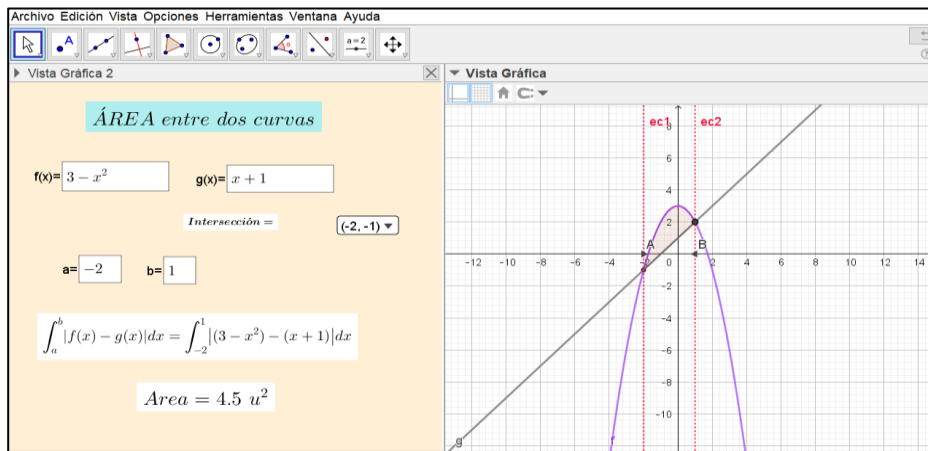


Figura 338. Recurso para hallar el área entre dos curvas (ver link)

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Aguilar Hito, A. E. (2015). *Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas con funciones lineales*. Piura, Peru: Universidad de Piura.
- Almerco, T., & Cruzata, A. (2016). *GeoGebra como recurso didáctico para la comprensión y aplicación de los Teoremas de Pitot, Poncelent y Steiner* (9 ed.). Mar de Plata: Revista de Educacion.
- Bermeo, O. (2026). *Influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad de Ingeniería*. Tesis Doctoral. Lima.
- Bonilla, G. E. (2013). *Influencia de uso del programa GeoGebra en el rendimiento académico en geometría plana*, Tesis de Licenciatura en Ciencias de la Educación, Mención Matemática y Física. Quito.
- Borbón, A. (2012). *Manual para GeoGebra - guías para geometría dinámica, animaciones y deslizadores*. Costa Rica: Revista Digital de Matemática, Educación e Internet.
- Cayetano, J. (2015). *GeoGebra y habilidades digitales en estudiantes de ciencias matemáticas e informática de la UNCP*. Tesis De Maestría en Educación. Huancayo.
- Chávez, E. (2010). *Alcances y limitaciones del GeoGebra para la enseñanza de conceptos elementales de la geometría analítica*. Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia, Escuela de Ciencias Exactas.
- De la Cruz, P. (2017). *El software GeoCebra en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas en estudiantes del tercer año de secundaria de la Institución Educativa "Manuel Gonzales Prada"*. Cajabamba.

- Fiallo, J., & Parada, S. (2014). *Curso de precálculo apoyado en el uso del GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional*. Bogotá, Colombia: Revista Científica ISSN 01242253.
- Gutiérrez, R. E., Prieto, J. L., & Ortiz, J. (2017). *Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores de GeoGebra*. México: Revista de Educación Matemática.
- Larson, R., & Edwards, B. H. (2010). *Cálculo I*. China: McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, SA DE CV.
- López, F., Nieto, N., Antolín, F., & López, P. (2014). *Arribando a la integral definida con GeoGebra*. México: Revista Cultura Científica y Tecnológica (CULCYT).
- Rodríguez, S. (2019). *Aplicación del Software GeoGebra y el aprendizaje del álgebra en estudiantes de quinto de secundaria*. Lima.
- Santana, M. (2010). *Geometría analítica plana con GeoGebra*. España: Números, Revista Didáctica de las Matemáticas.
- Suñagua Salgado, P. (2016). *Matemática con herramientas TICs-GeoGebra avanzado*. La Paz - Bolivia: Carrera de Matemática FCPN-UMSA.
- Torres, A. C. (2012). *El Dinamismo de GeoGebra*. México: Alfaomega Grupo Editor, S.A de C.V.
- Torres, A. C., & Llamas Centeno, I. (2009). *GeoGebra, mucho mas geometría dinámica*. México: Alfaomega Grupo Editor, S.A de C.V.
- Vergara Ibarra, J. L. (2022). *Solidos de revolución y suma de Riemann en GeoGebra* (Vol. 22). Ecuador: Revista de Matemática, Educación e Internet.

ColloQUIUM

Editorial - Centro de Formación

ISBN: 978-9942-600-37-0



9 789942 600370